modélisation optimale
– choix de modèles –

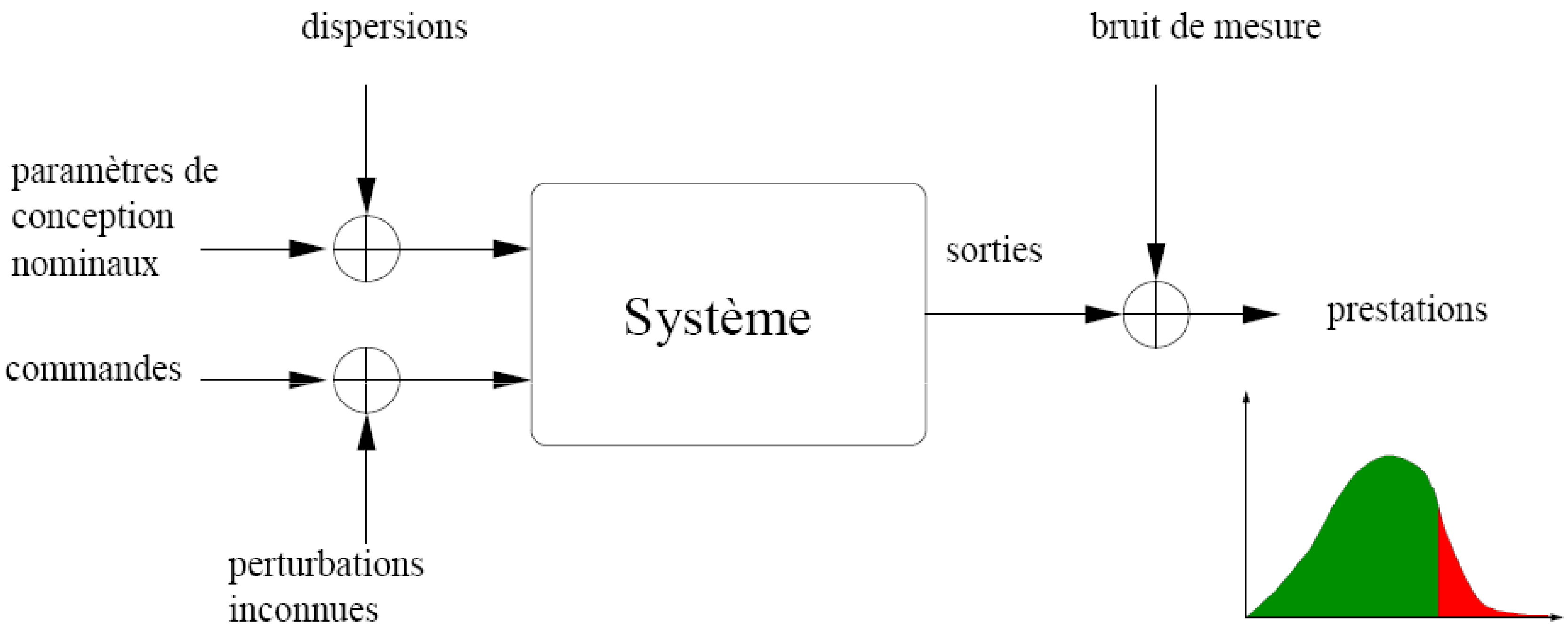
Gilles Fleury

Département SSE
EA2523 « Signaux et Systèmes Electroniques »
SUPÉLEC

01.07.2009

Introduction

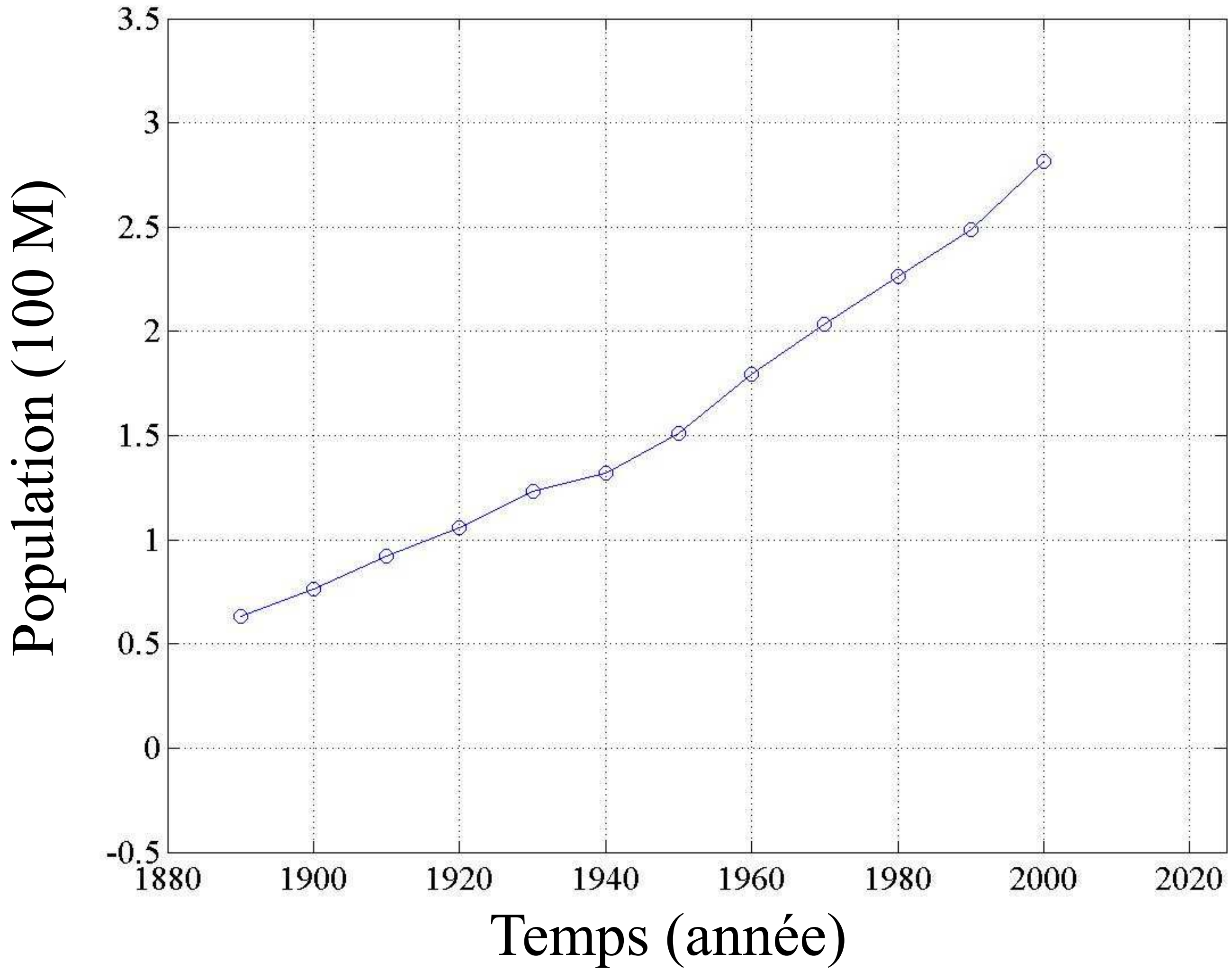
MODÉLISATION : CONTEXTE



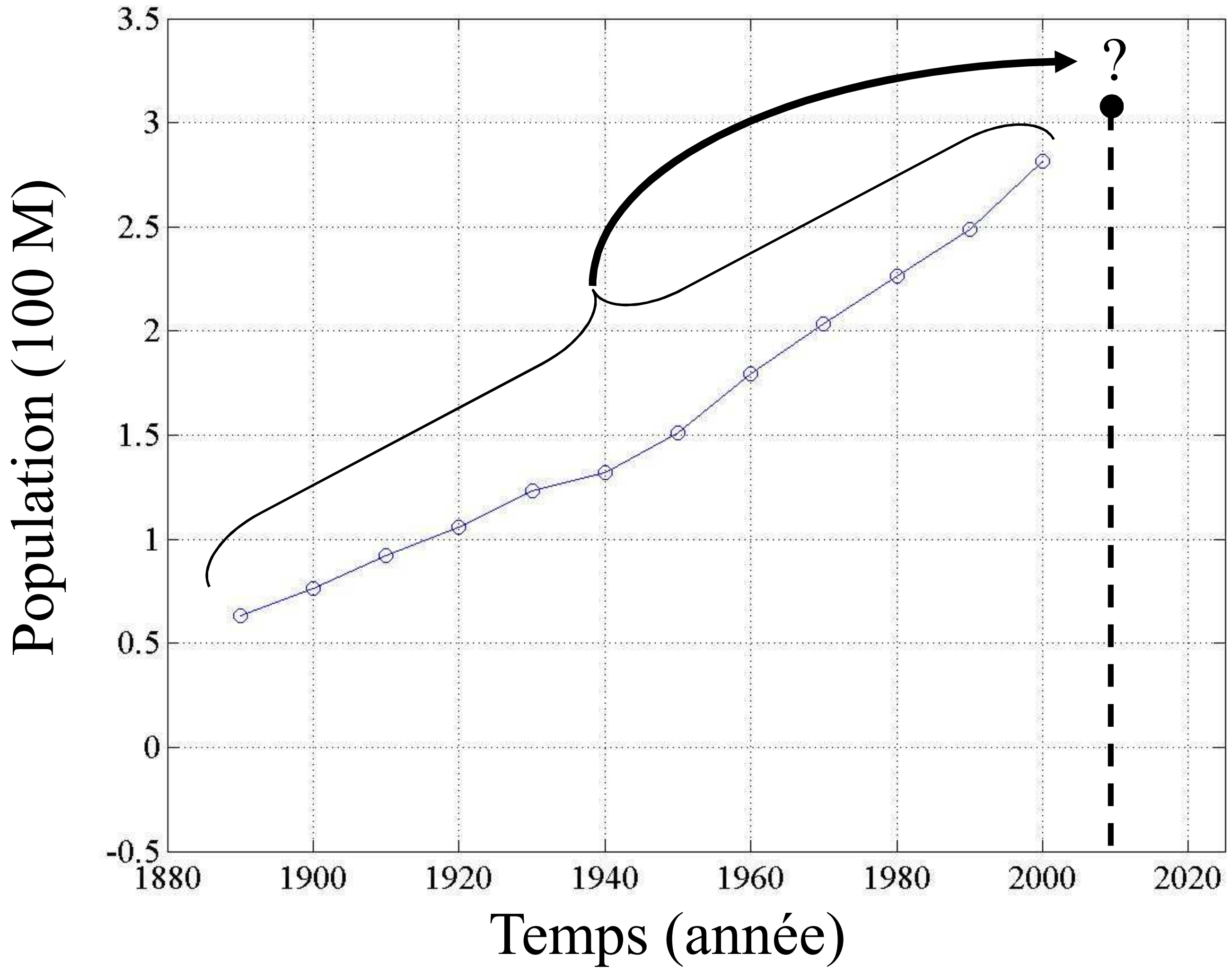
MODÉLISATION DES SYSTÈMES

MODÉLISATION DES INCERTITUDES

- *Population des États-Unis*



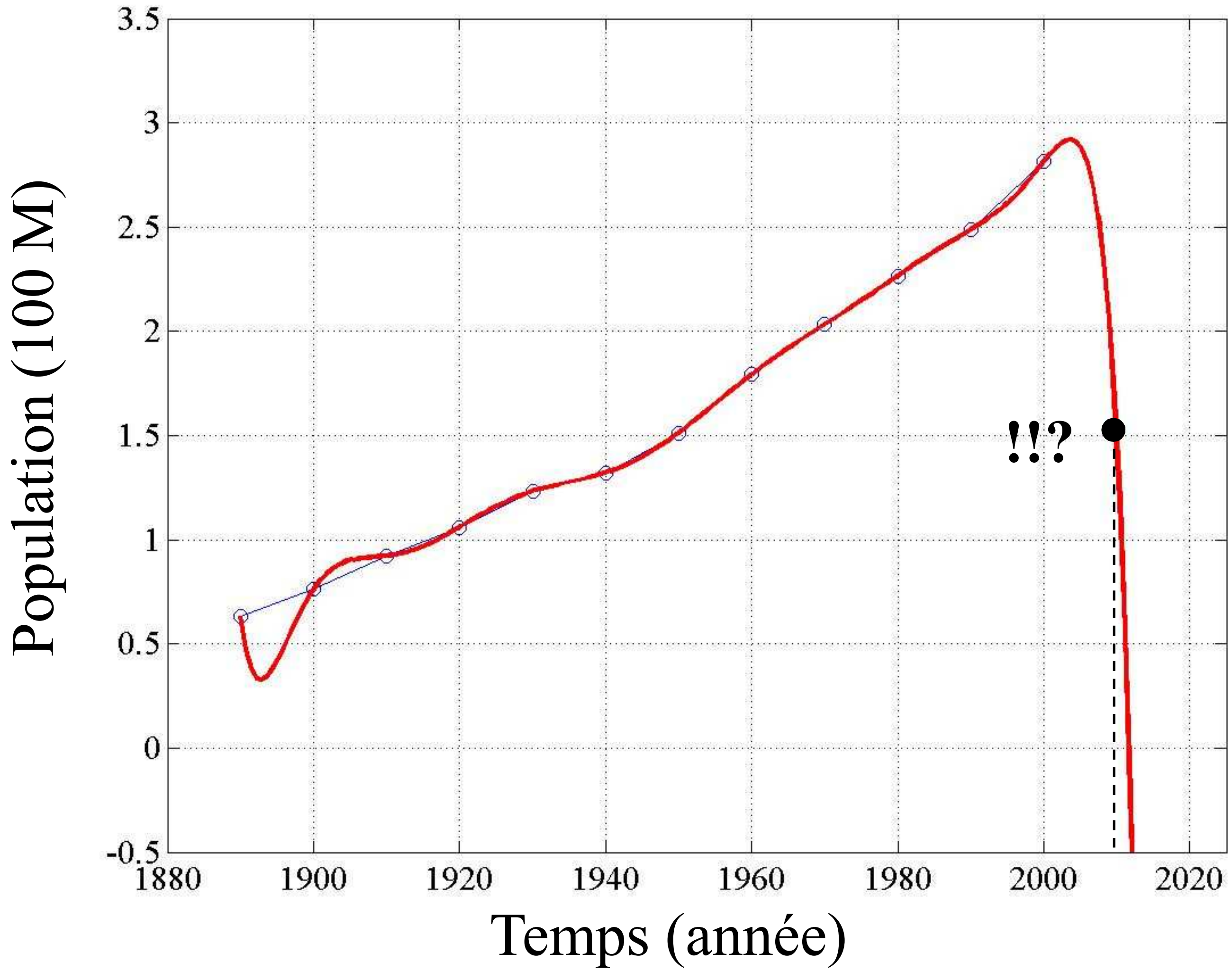
- *Population des Etats-Unis (prédiction)*



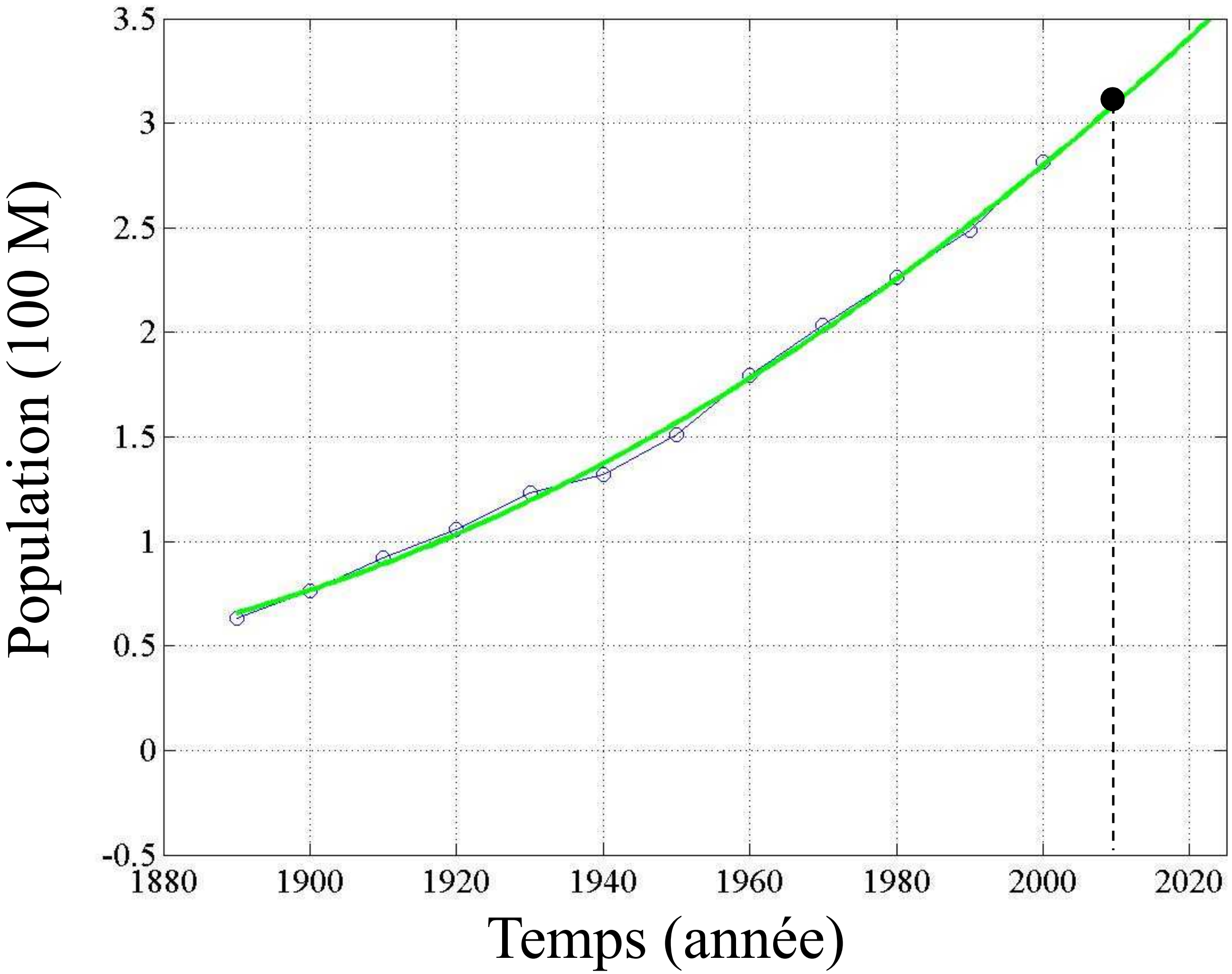
EXEMPLE DE MODÉLISATION

Introduction

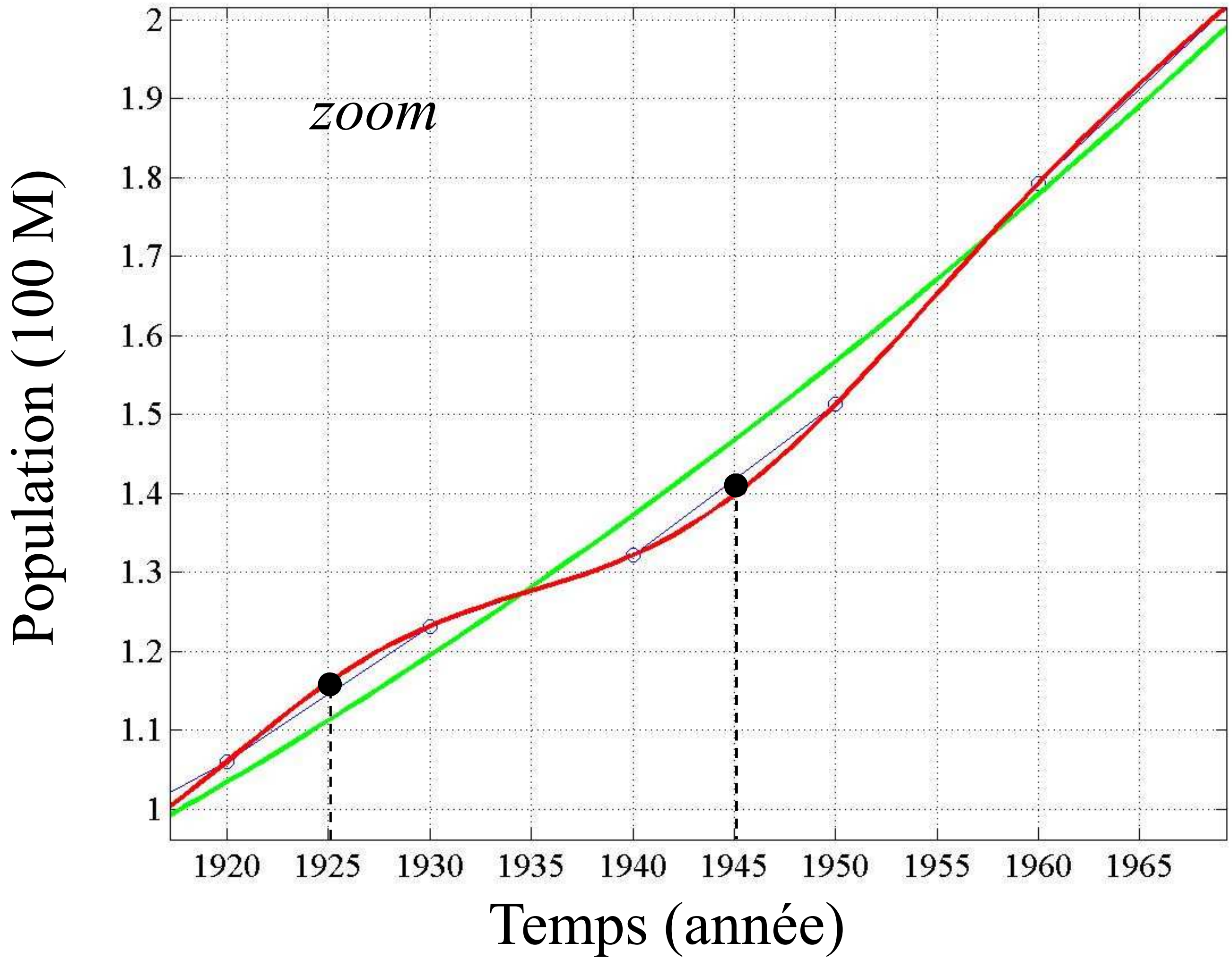
- *Population des Etats-Unis (polynôme de Lagrange)*



- *Population des Etats-Unis (régression polynomiale, ordre 2)*



- *Population des Etats-Unis (interpolation ?)*



Plan

- Modélisation des incertitudes
  - approches paramétriques
  - approches non paramétriques
- Choix d'un modèle de système
  - choix de la complexité d'un modèle
  - choix d'un modèle de comportement
  - choix de la paramétrisation d'un modèle
  - vers des méta-modèles
- Aides à la prise de décision
  - Estimation d'évènements rares
  - Optimisation d'un système complexe
- Exemples d'application

Plan

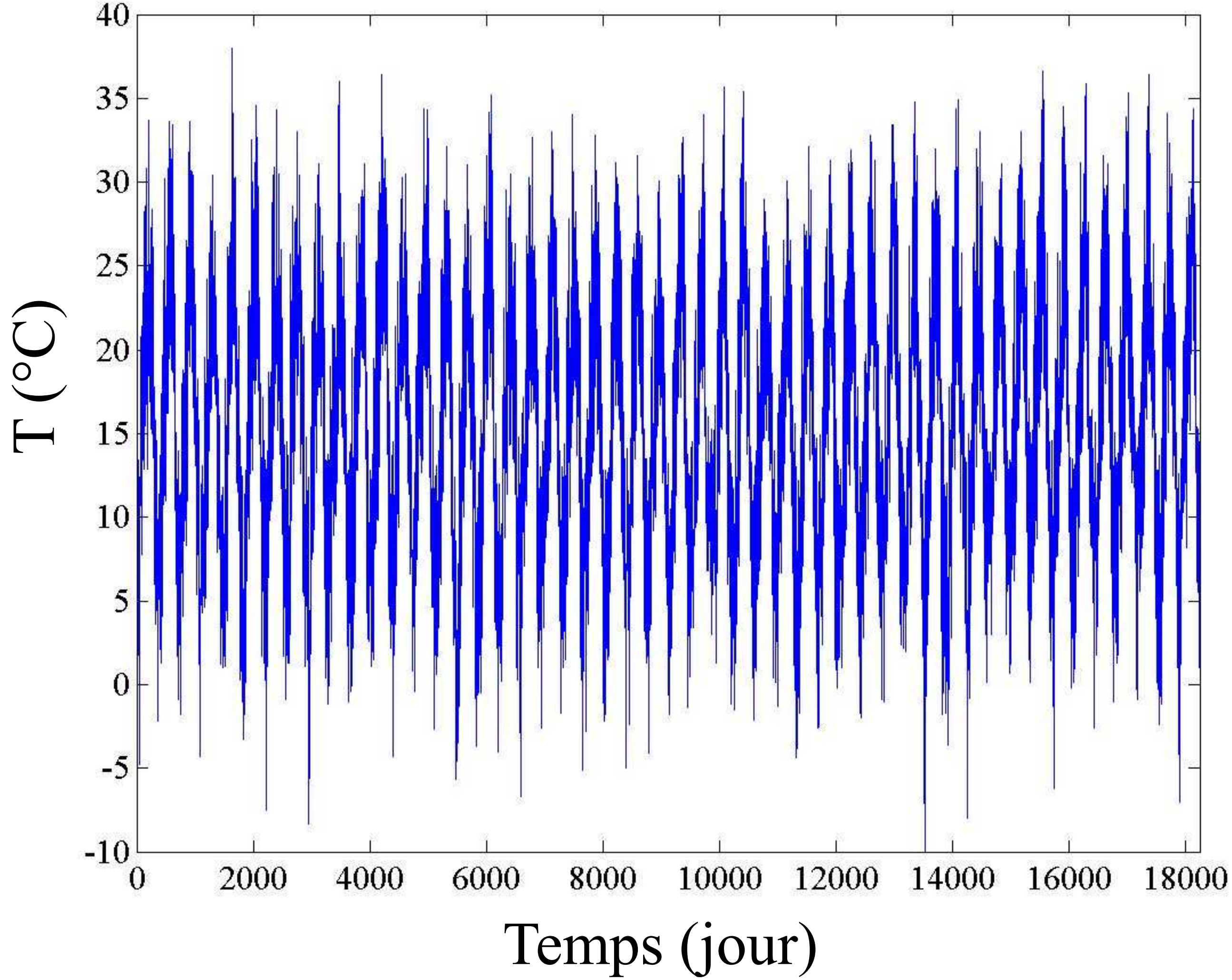
- Modélisation des incertitudes
  - approches paramétriques
  - approches non paramétriques
- Choix d'un modèle de système
  - choix de la complexité d'un modèle
  - choix d'un modèle de comportement
  - choix de la paramétrisation d'un modèle
  - vers des méta-modèles
- Aides à la prise de décision
  - Estimation d'évènements rares
  - Optimisation d'un système complexe
- Exemples d'application

Supélec

EXEMPLE

Modèle et incertitudes

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



signal $y(t)$

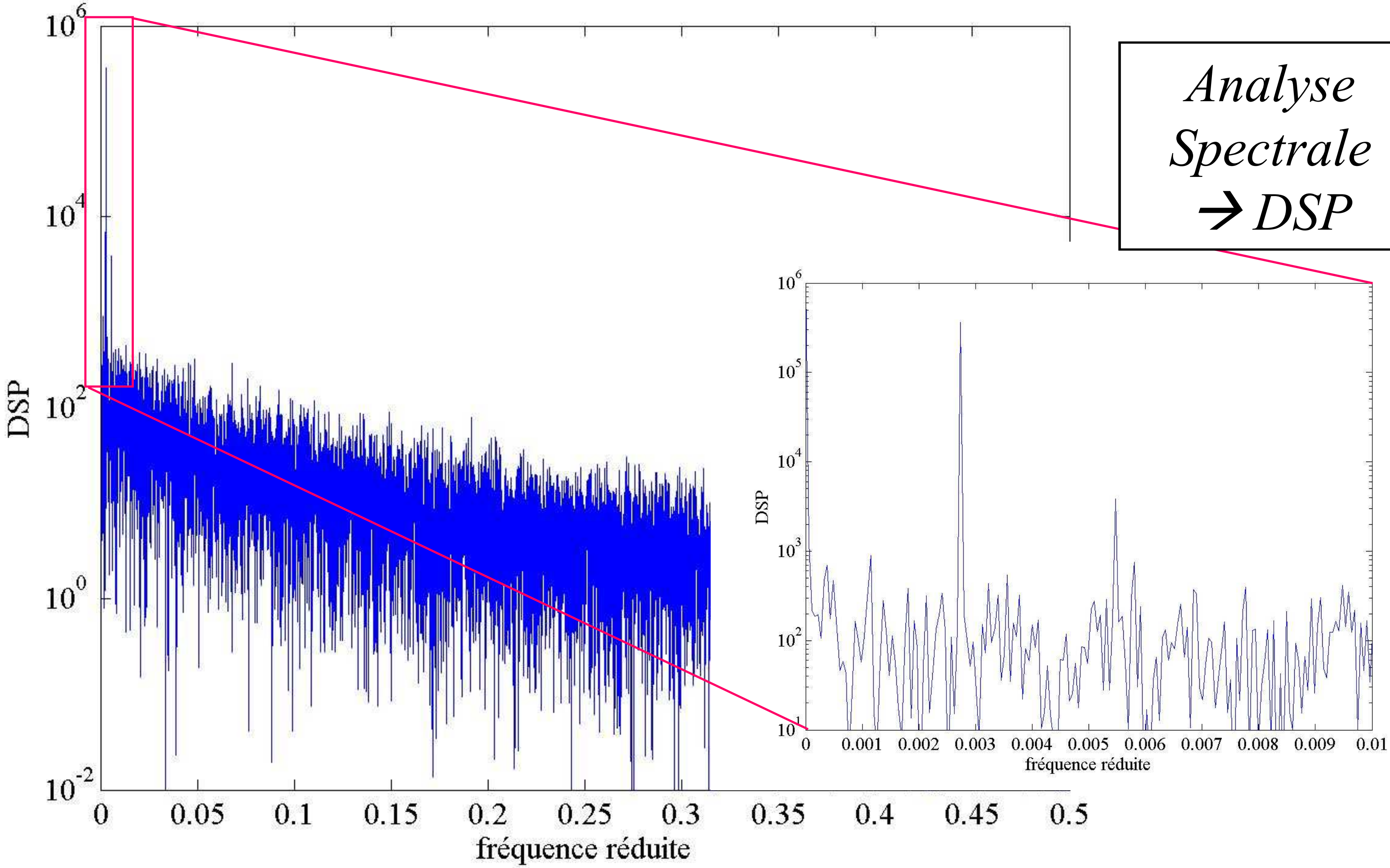
$T_e = 1$ jour

$T = 50$ ans

$N = 18263$

EXEMPLE

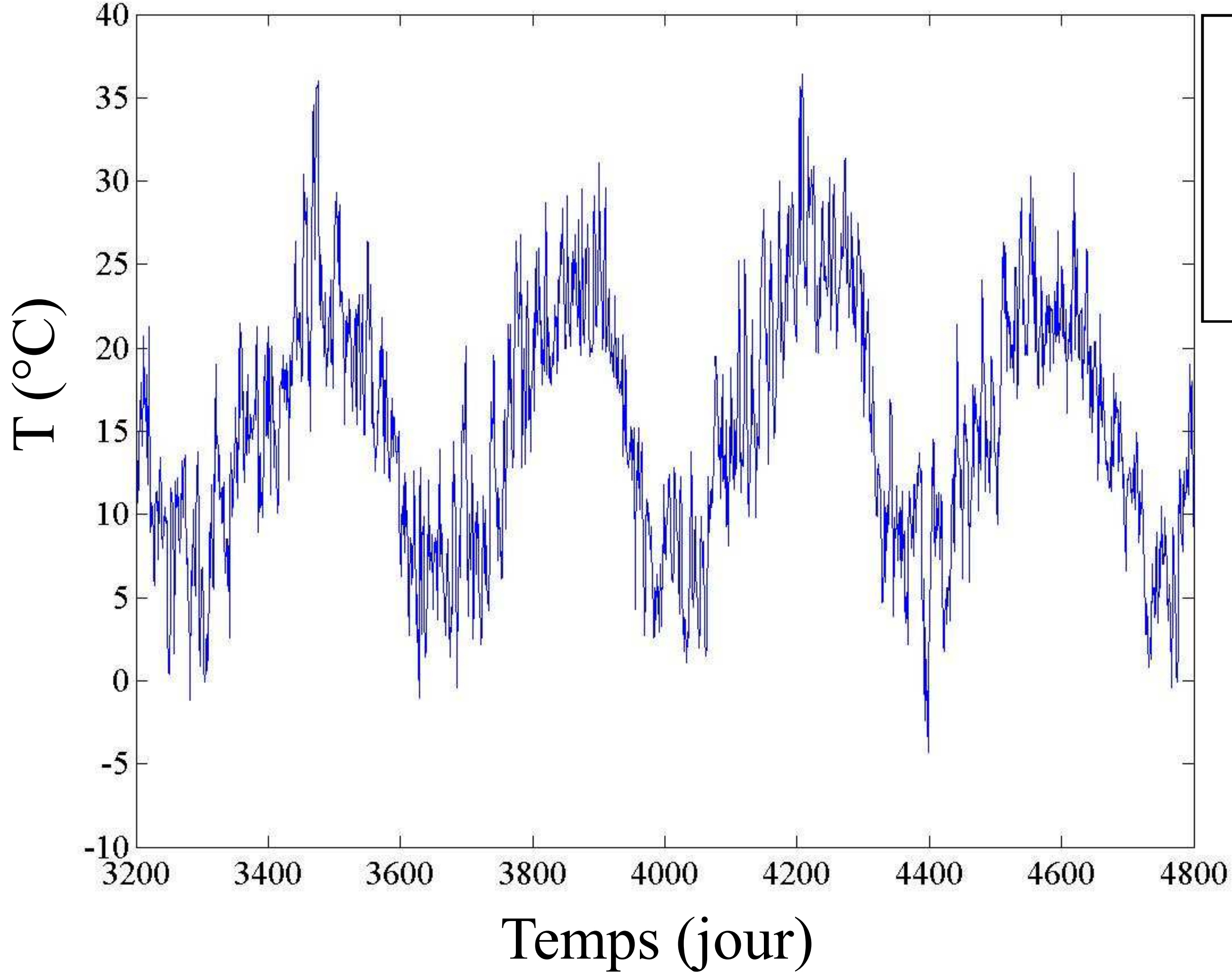
- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Analyse Spectrale → DSP

Modèle et incertitudes

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



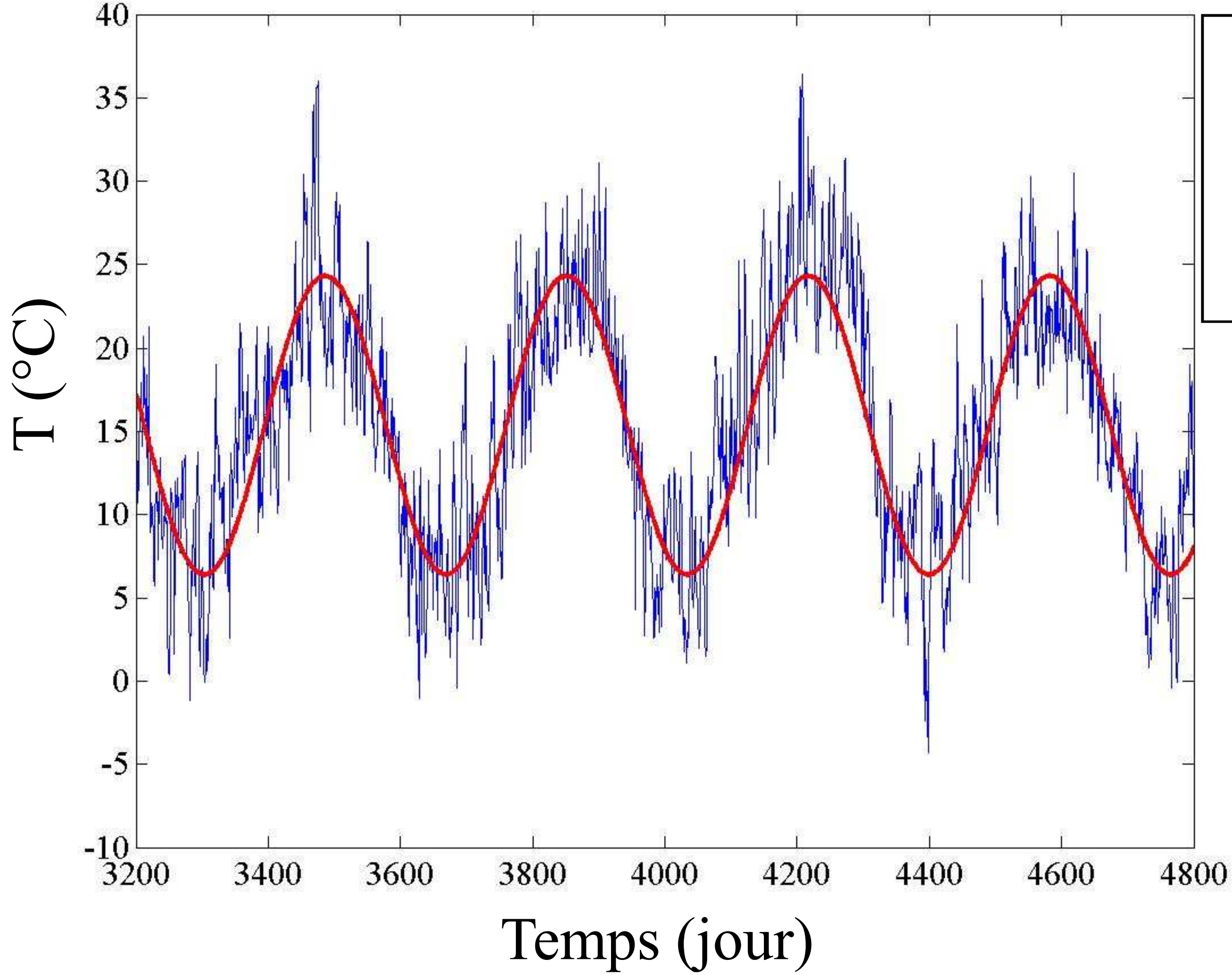
Identification de $s(t)$:

$$a\cos(2\pi f t+\phi)+m$$

EXEMPLE

Modèle et incertitudes

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Identification de $s(t)$:

$a \cos(2\pi f t+\phi)+m$

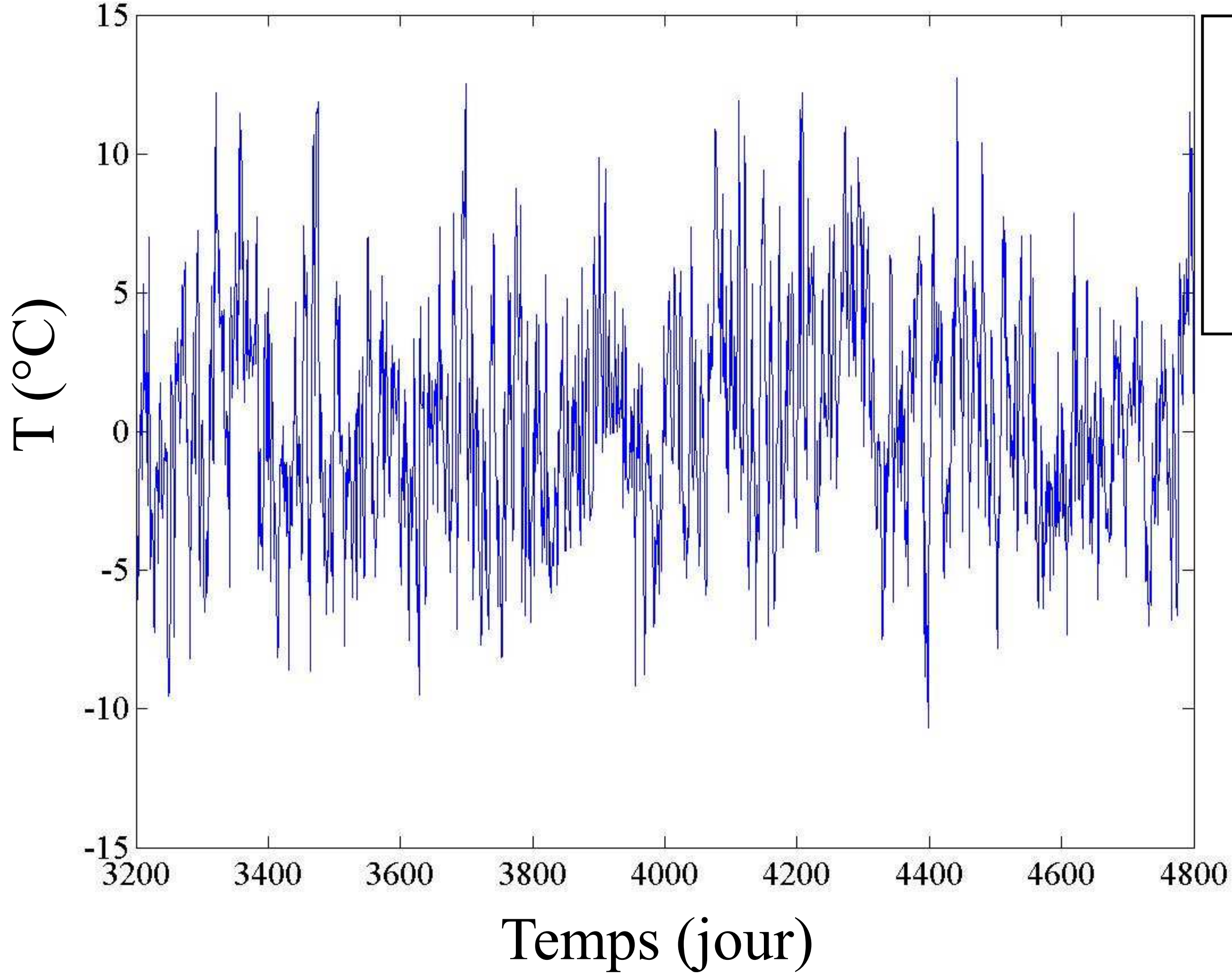
$a = 8.9593$ (°C)

$f = 1.0009$ (an^{-1})

$\phi = -1.8361$ (rad)

$m = 15.3545$ (°C)

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



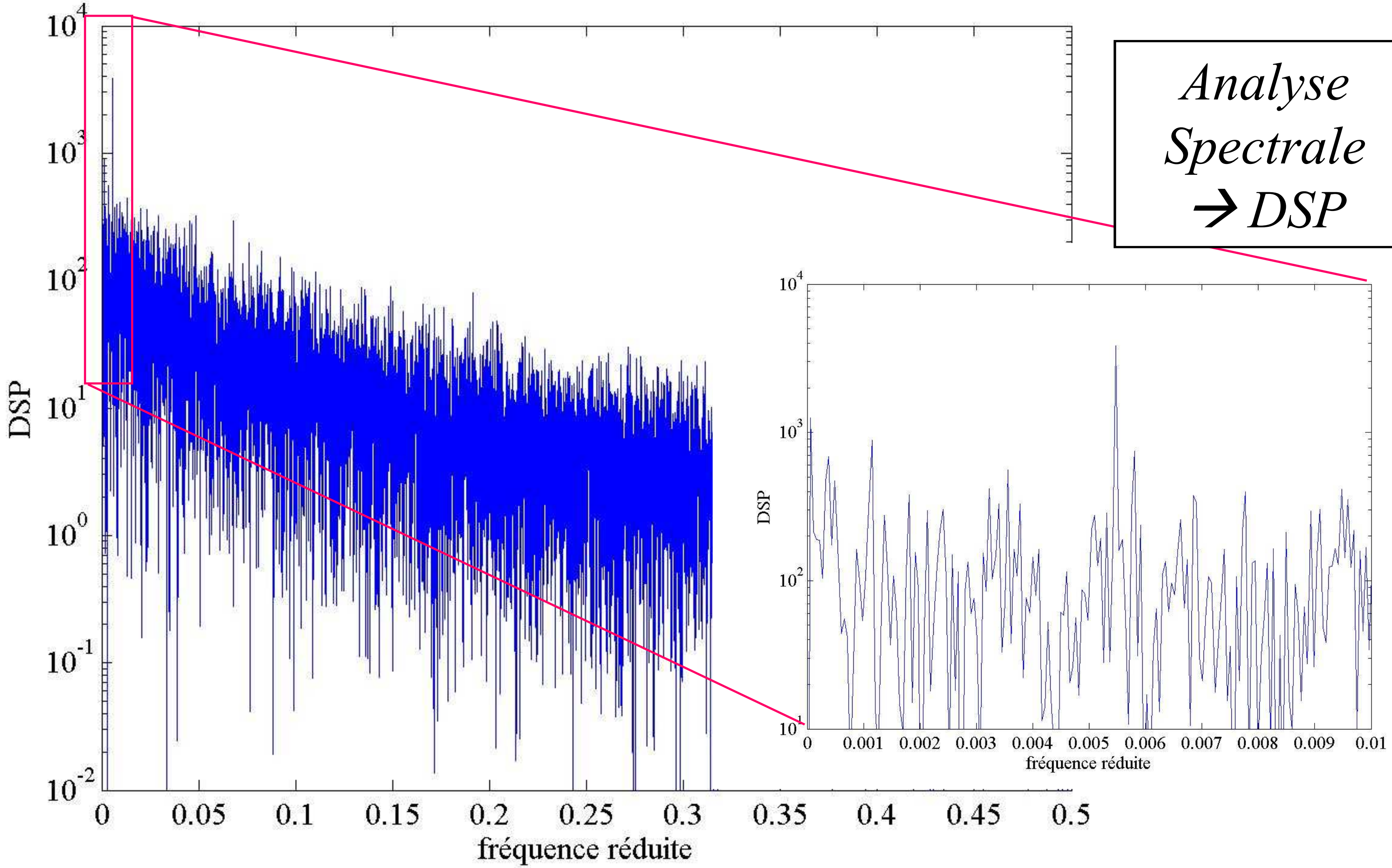
Résidu d'identification

$y(t) = s(t)+r(t)$

Caractérisation du résidu $r(t)$

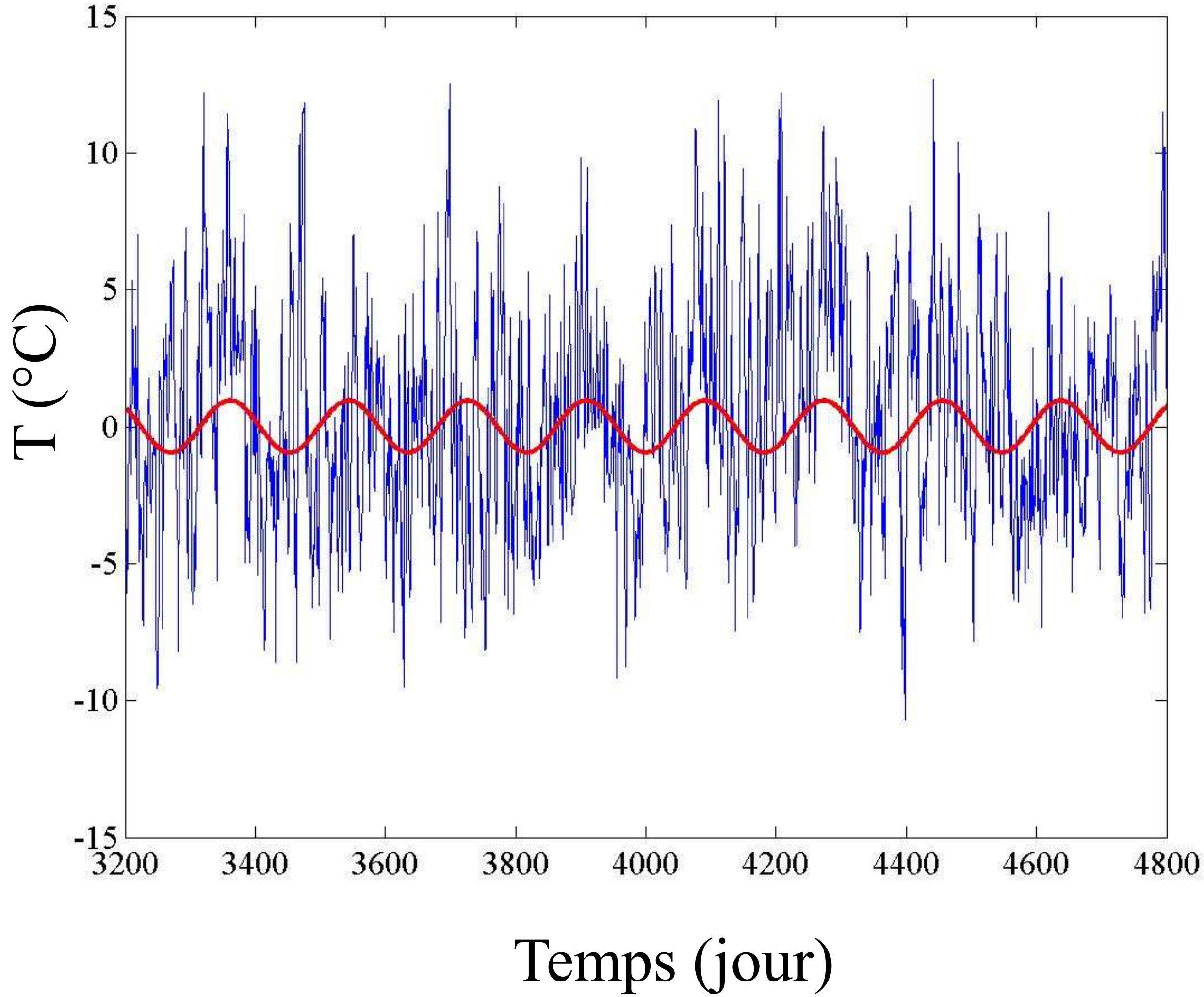
EXEMPLE

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Analyse Spectrale
→ DSP

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



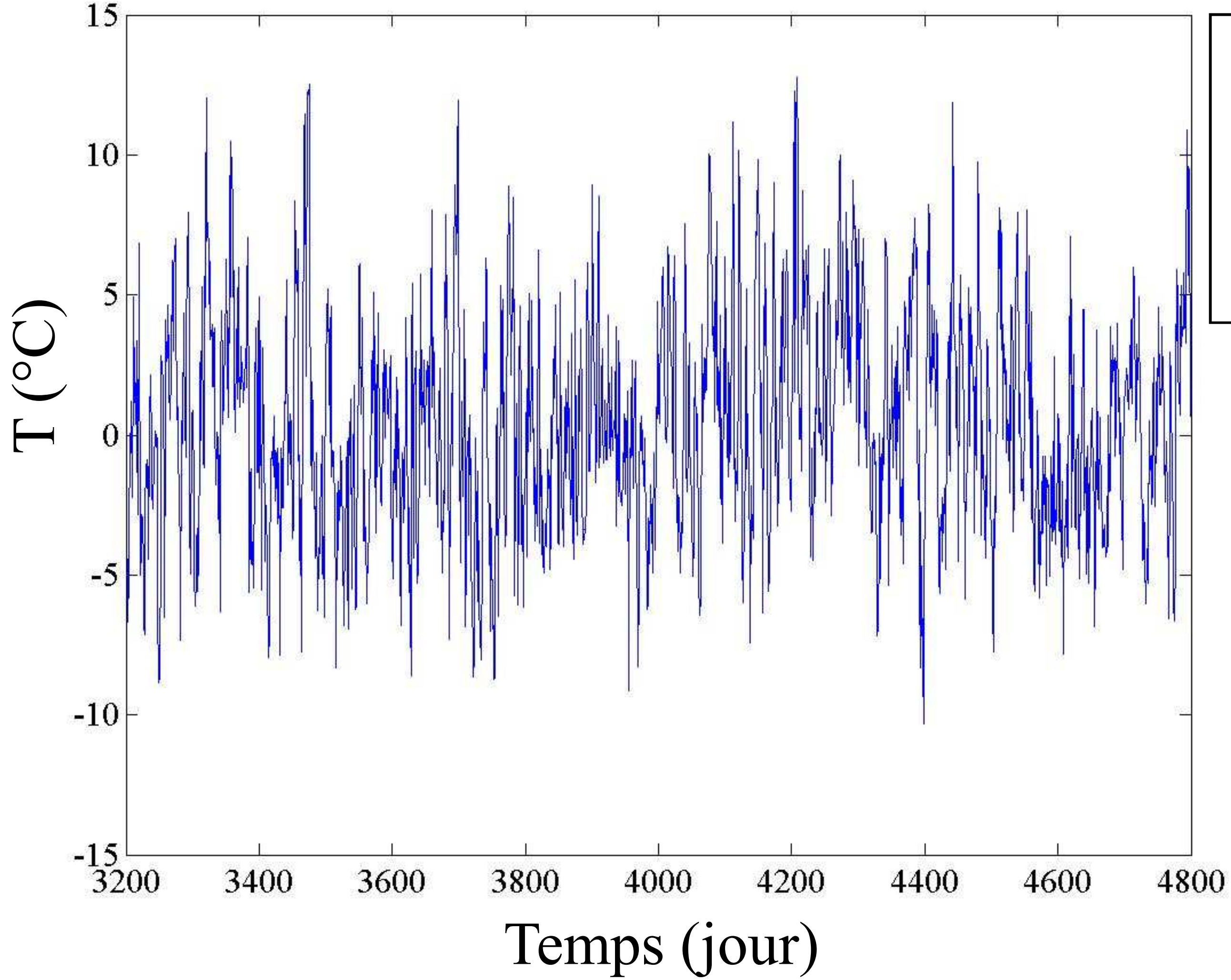
Identification de $s(t)$:

$a \cos(2\pi f t + \phi) + m$

$a = 0.9514$ (°C)
$f = 0.4996$ (an^{-1})
$\phi = -1.1021$ (rad)
$m = -0.0002$ (°C)

EXEMPLE

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Choix de l'ordre d'un modèle : compromis

$\sigma_1^2 = 2320$

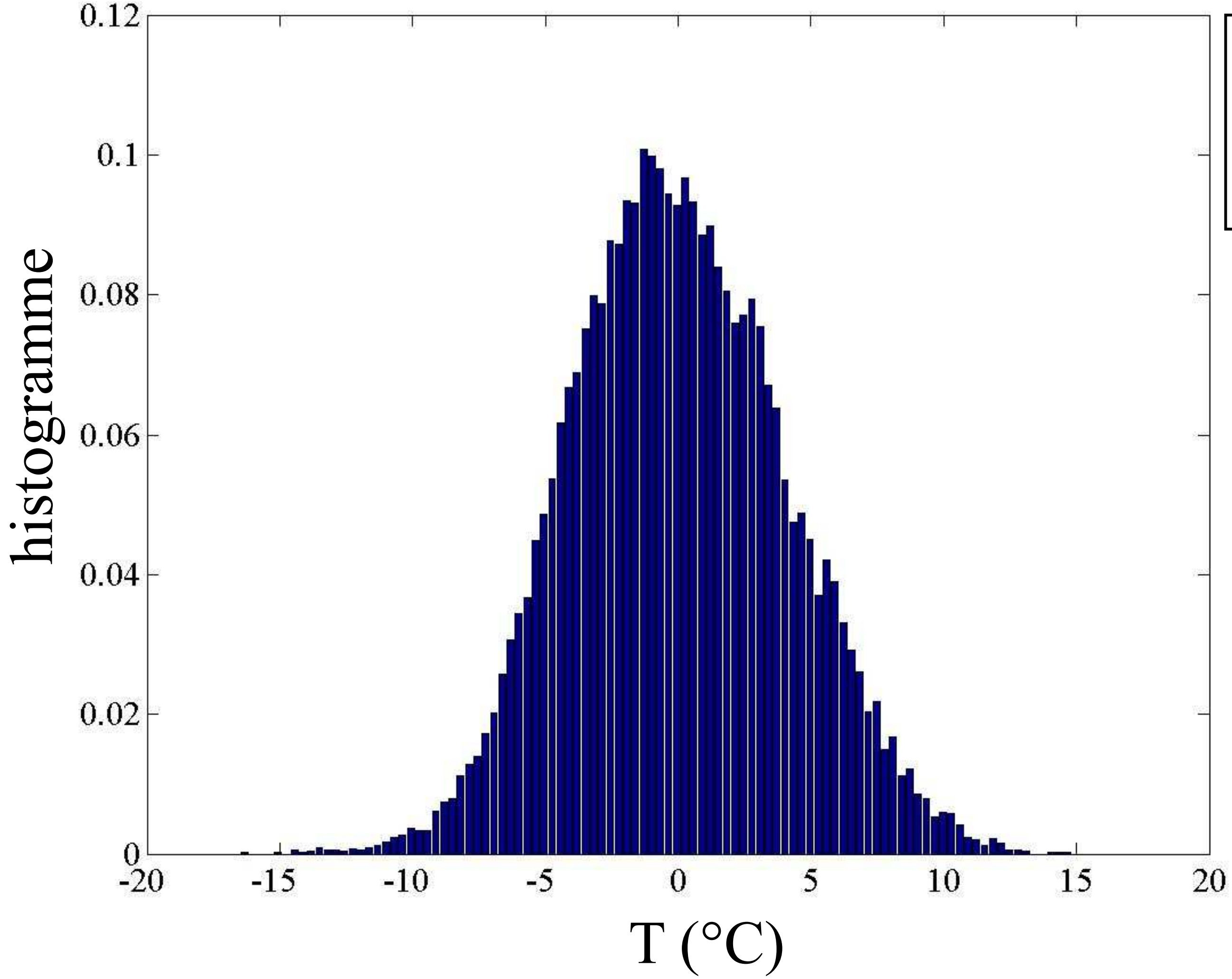
$\sigma_2^2 = 552$

$\sigma_3^2 = 543$

EXEMPLE

Modèle et incertitudes

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Analyse du résidu

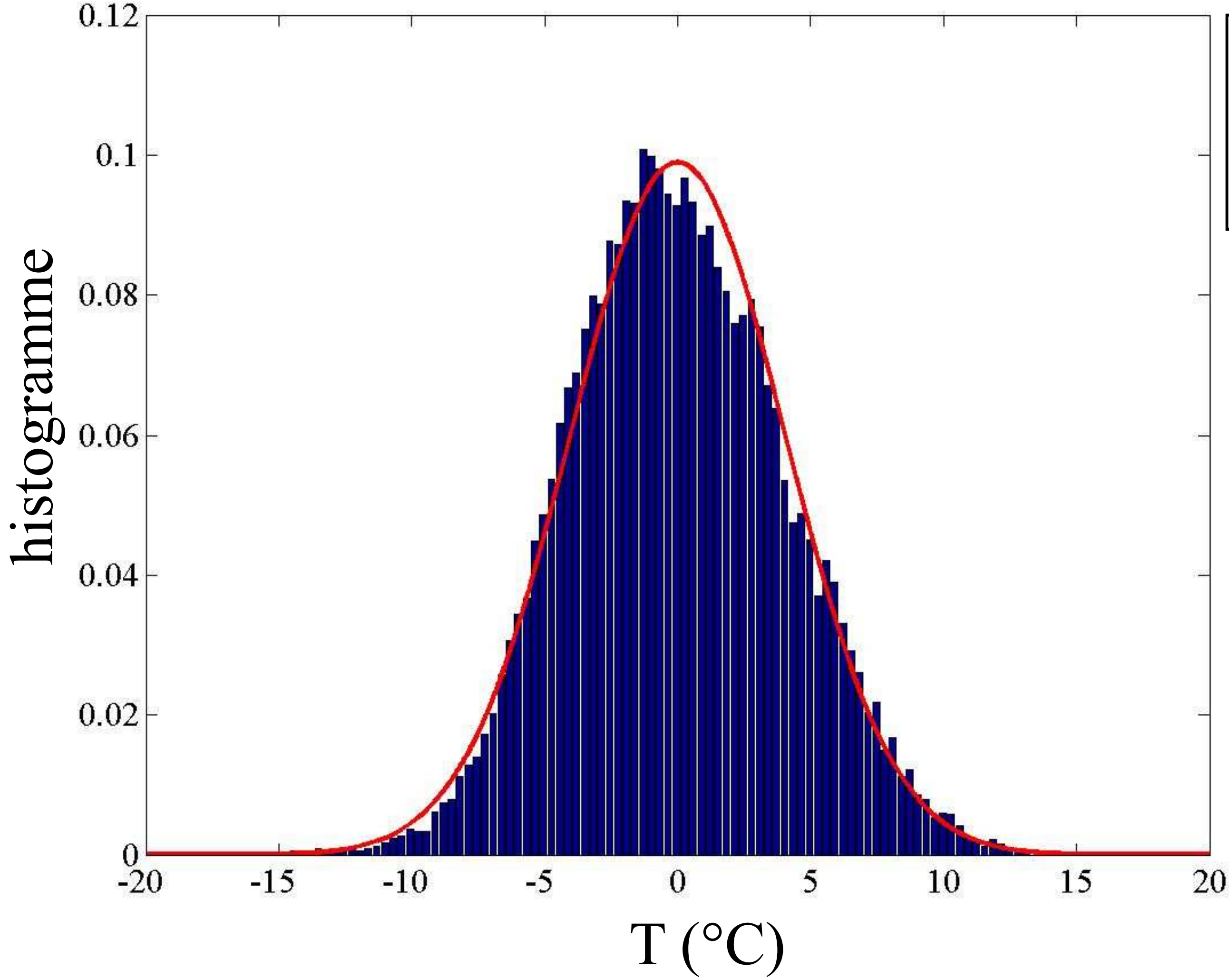
estimateur de la ddp (densité de probabilité) :

- non paramétrique

EXEMPLE

Modèle et incertitudes

- *Température maximale au parc Montsouris (Paris)*



Analyse du résidu

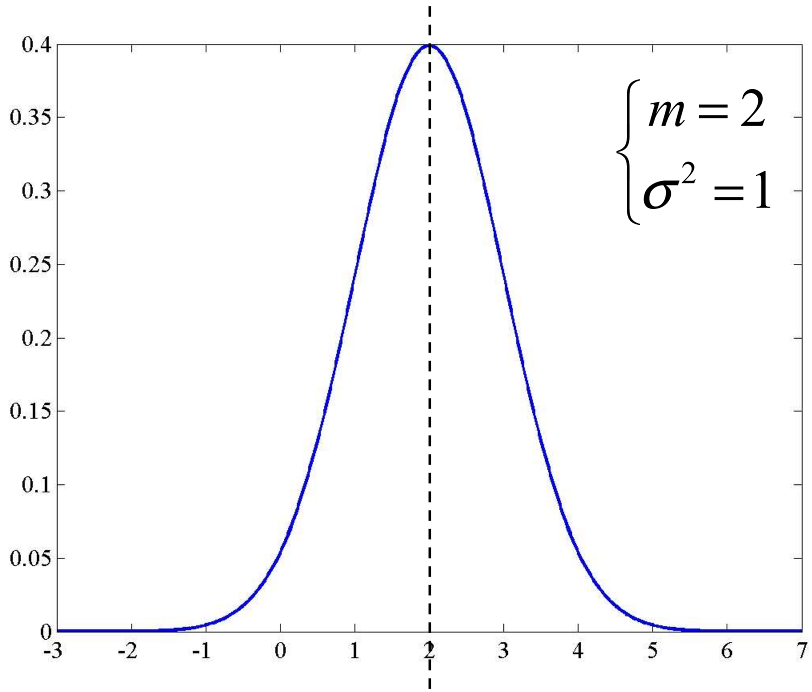
estimateur de la ddp (densité de probabilité) :

- non paramétrique
- paramétrique

Modèle et incertitudes

Le modèle gaussien

$$\wp(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right)$$



- calcul analytique possible

- théorème limite centrale

$$x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u_i \qquad u_i \quad \text{IID}$$

$$x \xrightarrow{N \to \infty} \wp(x) \text{ gaussien}$$

- MAXENT ($H = -I$)

$$H = -\int \wp(x) \log \wp(x)\, dx$$

$$\begin{cases} \max H \\ E\{\phi_i(x)\} = \mu_i \quad i \in \{1,2,\ldots\} \end{cases}$$

- *Autres modèles paramétriques*

  - lognormale, bêta (uniforme), gamma (exponentielle),…

- *Identification des paramètres de la loi*

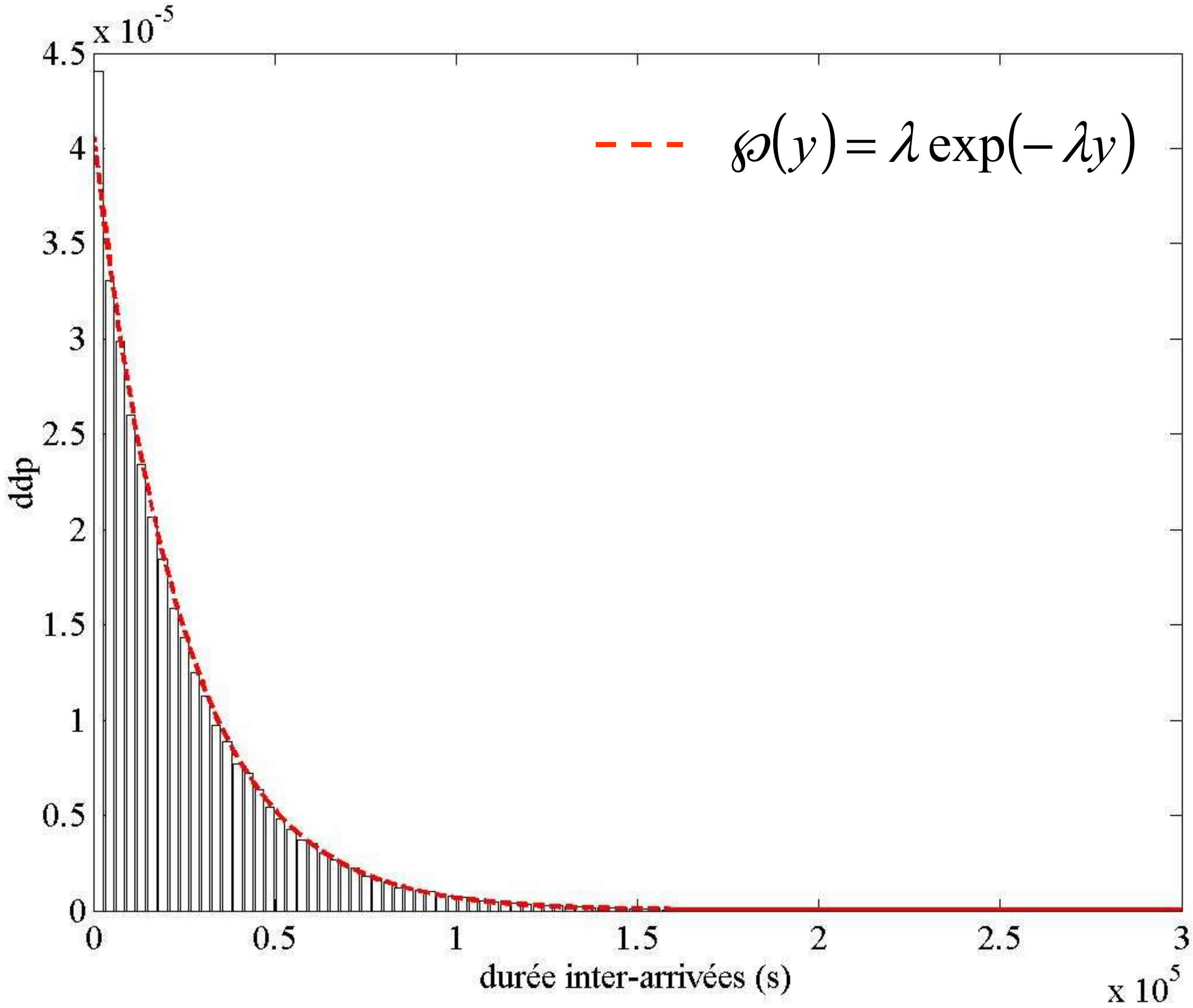
  - méthode des moments
  - méthode du maximum de vraisemblance
  - approche bayésienne (a priori)

- *Tests d'ajustement*

  - test du Chi2
  - test de Kolmogorov-Smirnov
  - test de Cramer-von Mises
  - test de Wilcoxon-Mann-Whitney

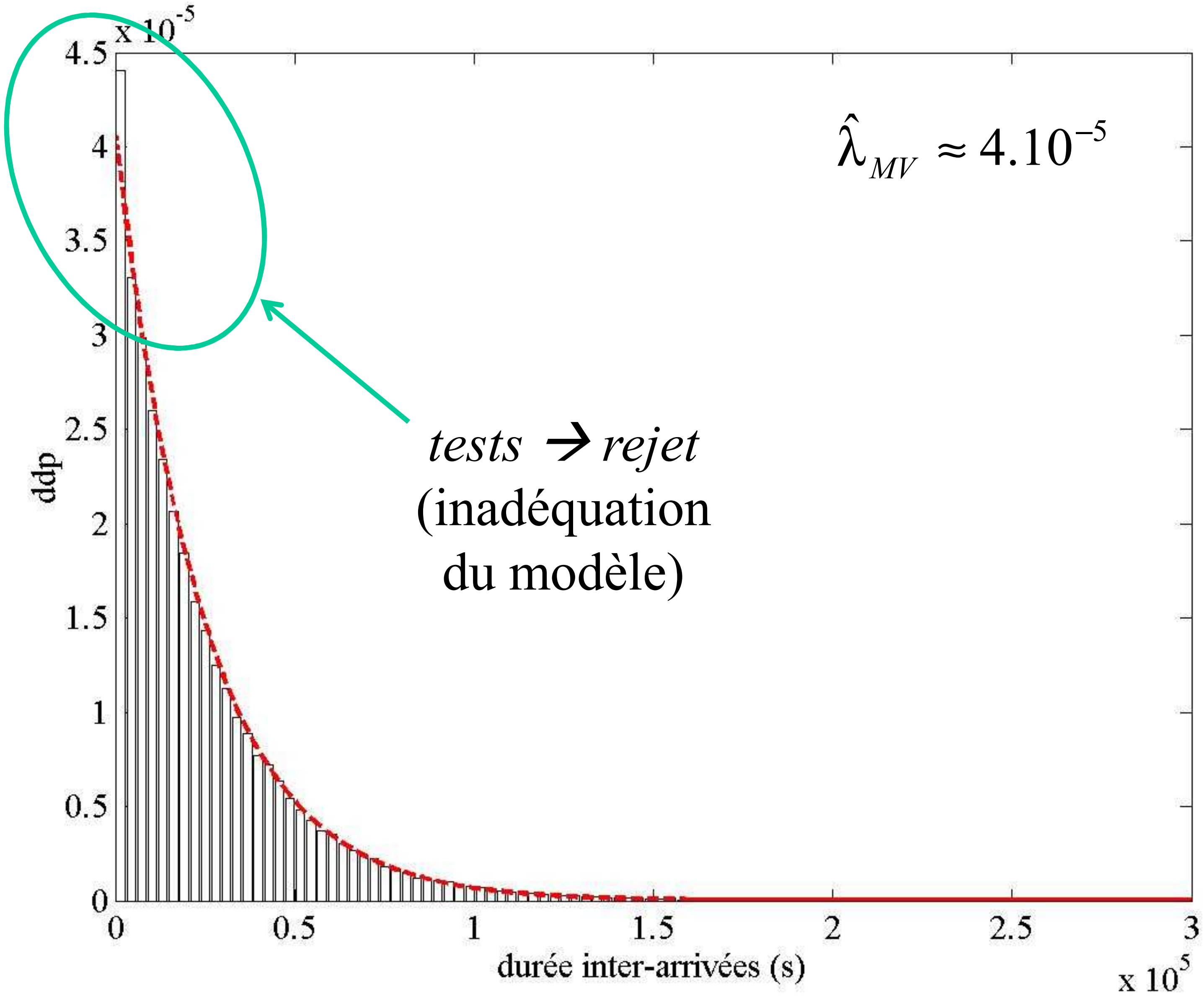
EXEMPLE : SURVEILLANCE NUCLÉAIRE

Modèle et incertitudes



EXEMPLE : SURVEILLANCE NUCLÉAIRE

Modèle et incertitudes



- *Méthodes par noyaux* [Rosenblatt, Parzen, Masry]

$$\hat{\wp}(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{h}K\left(\frac{y-y_k}{h}\right)$$

- *Choix du noyau ?*

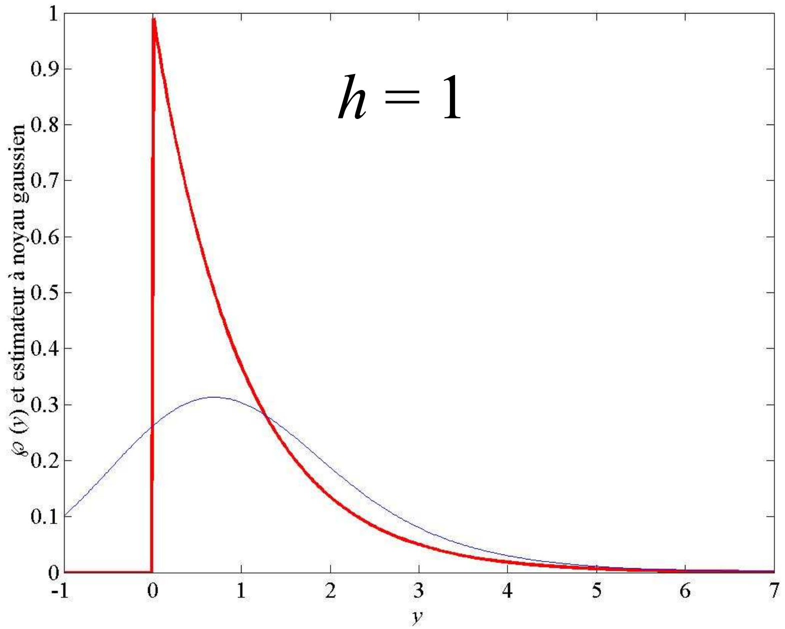
$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty}|K(y)|dy < \infty & \sup_y |K(y)| < \infty \\ \int_{-\infty}^{+\infty}K(y)dy = 1 & \lim_{|y|\to\infty} K(y) = 0 \end{cases}$$

- *Choix de la largeur h ?*

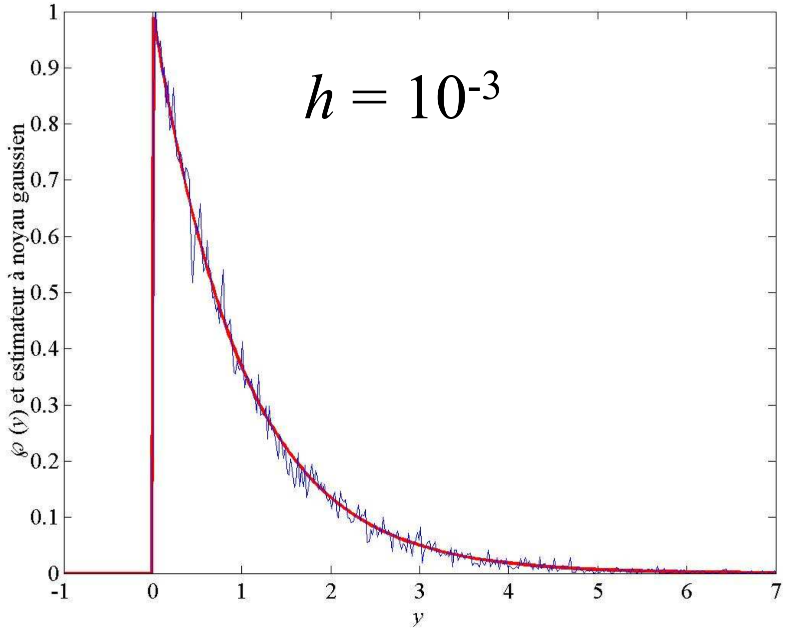
$$\begin{cases} \lim_N h = 0 \\ \lim_N N.h = \infty \end{cases}$$

Modèle et incertitudes

MODÉLISATION NON PARAMÉTRIQUE



biais important
variance faible



biais faible
variance importante

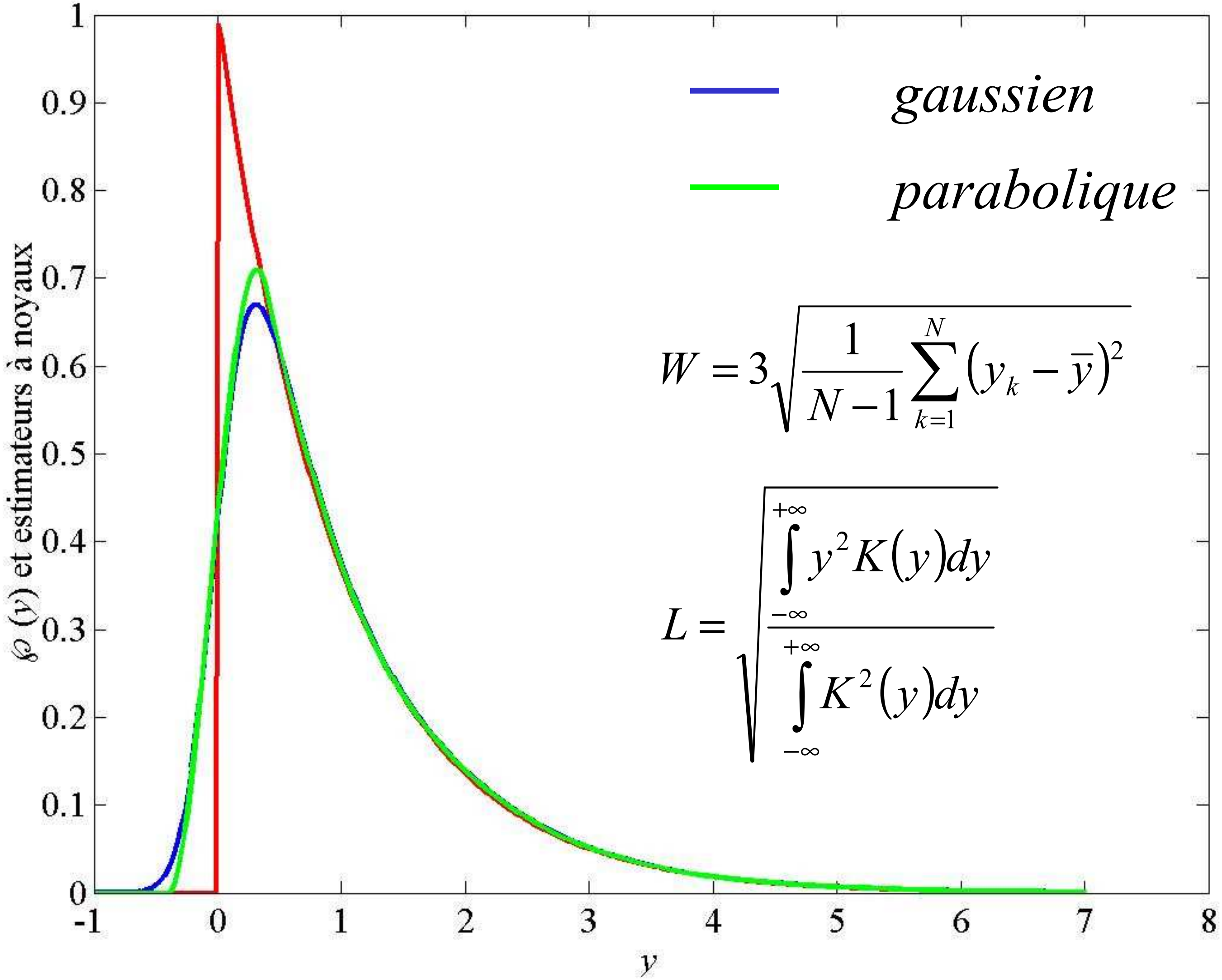
Compromis
biais-variance

[Jones]

$$MISE = E\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\wp(y)-\hat{\wp}(y)\right)^2 dy\right\} \longrightarrow h^* = \left(\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} K^2(y)dy}{N\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\wp^{(2)}(y)\right)^2 dy\right)\left(\int_{-\infty}^{+\infty} y^2 K(y)dy\right)^2}\right)^{1/5}$$

Modèle et incertitudes

MODÉLISATION NON PARAMÉTRIQUE



$$W = 3\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k - \overline{y}\right)^2}$$

$$L = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y^2 K(y)\,dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} K^2(y)\,dy}}$$

$$\hat{h} = \frac{1}{2}\frac{W}{L}\frac{1}{N^{1/5}}$$

Méthode par noyau optimisée (IRINCORREL) [Rivoira]

1. Estimer la ddp par une première approche par noyau classique

$$\hat{\wp}(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{h_1}K_1\left(\frac{y-y_k}{h_1}\right) \qquad h_1 = \frac{1}{2}\frac{W}{L_1}\frac{1}{N^{1/5}}$$

2. Estimer la dérivée seconde de la ddp au point y

$$\hat{\wp}^{(2)}(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{h_2}K_2\left(\frac{y-y_k}{h_2}\right) \qquad h_2 = \frac{1}{2}\frac{W}{L_2}\frac{1}{N^{1/9}}$$

3. Estimer les largeurs optimales à partir de ces deux estimations

$$h_{opt}(y) = \left(L\frac{\hat{\wp}(y)}{\hat{\wp}^{(2)}(y)}\frac{1}{N}\right)^{1/5}$$

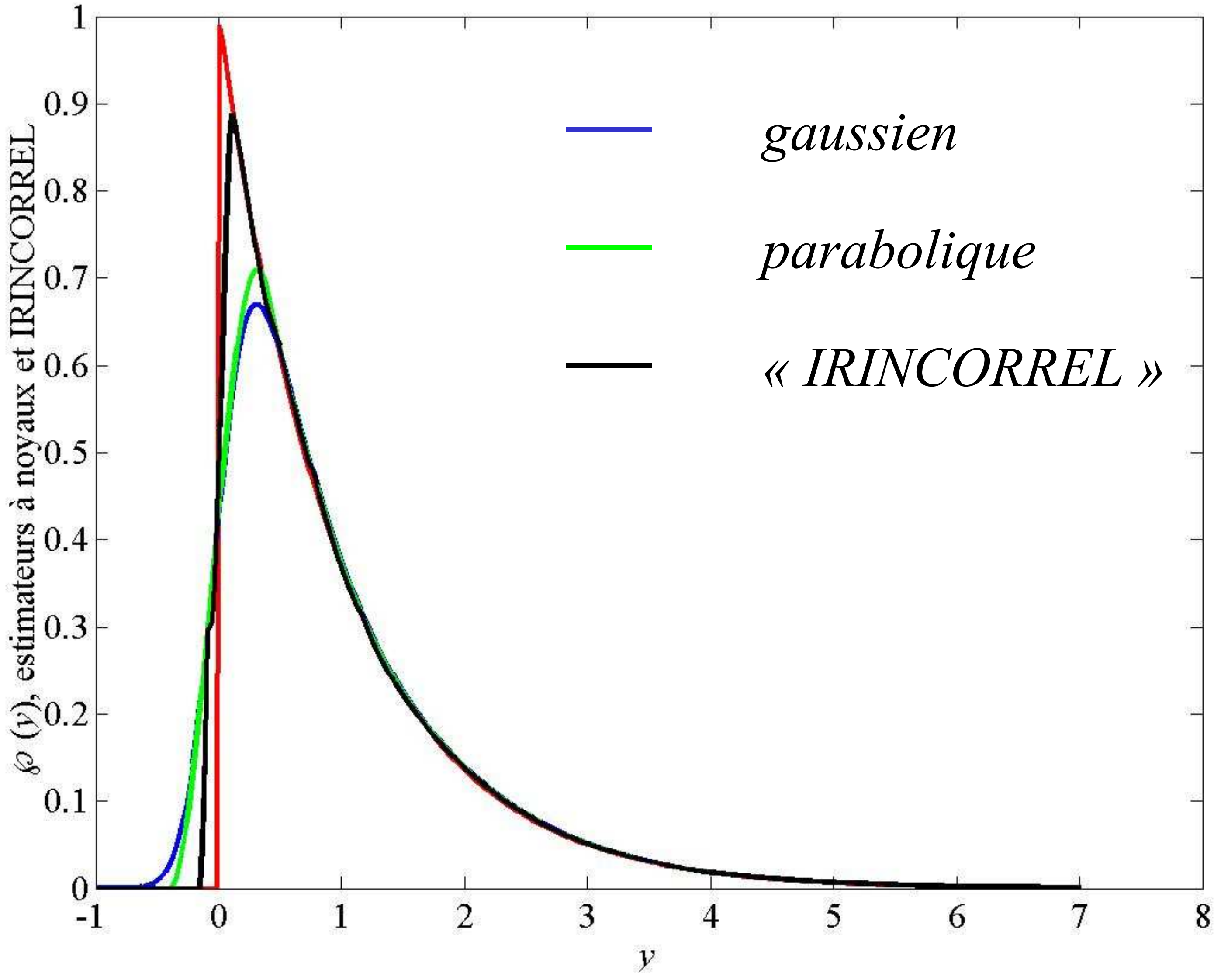
4. Estimer la ddp au point y

$$\hat{\wp}_{opt}(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{h_{opt}(y)}K\left(\frac{y-y_k}{h_{opt}(y)}\right)$$

Supélec

MODÉLISATION NON PARAMÉTRIQUE

Modèle et incertitudes

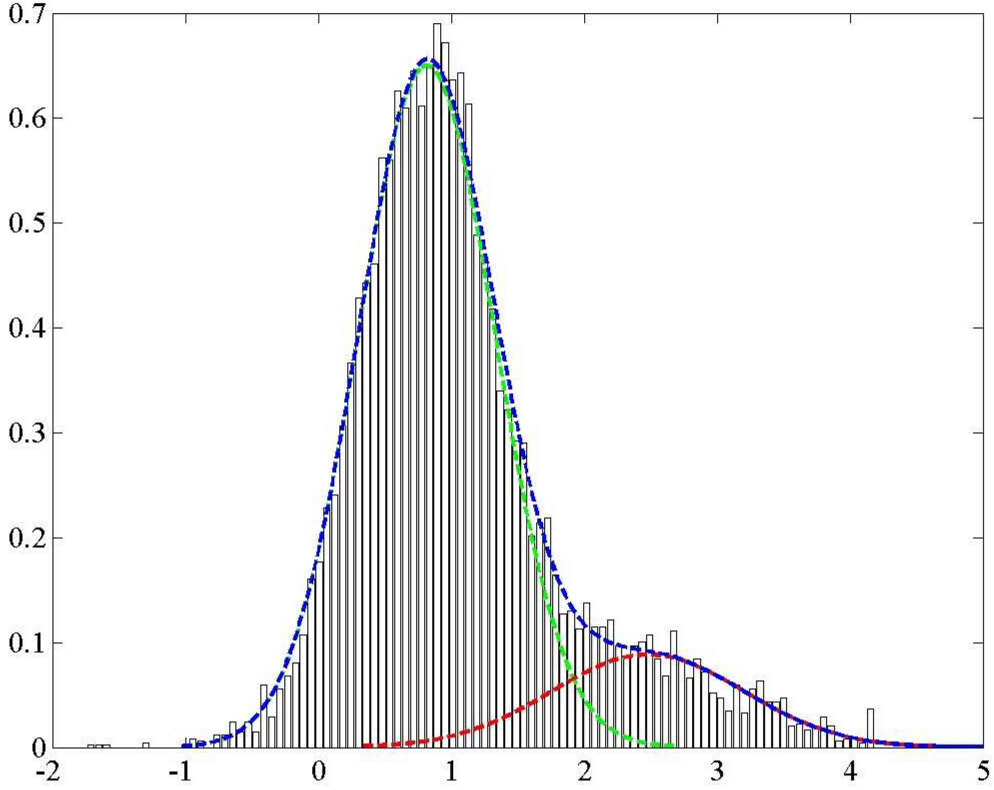


- *Entre deux : mélange de lois*

$$\wp(y) = \sum_{i=1}^{P} \pi_i K\left(\frac{y - m_i}{\sigma_i}\right)$$

K noyau (gaussien)

$$\sum_{i=1}^{P} \pi_i = 1$$



Identification :
algorithme EM
(MV, itératif)

$\pi = 0.8404$
$m_1 = 0.8150$
$\sigma_1^2 = 0.2660$
$m_2 = 2.4792$
$\sigma_2^2 = 0.5188$

- *Polynômes de chaos*

$$y = \sum_{i=1}^{P} a_i P_i(\xi)$$

$P_i(.)$ polynôme

ξ variable centrée réduite

- orthogonalité des polynômes

$$\langle P_i, P_j \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} P_i(\xi) P_j(\xi) \varphi(\xi) d\xi = \delta_{ij}$$

- dépend de la mesure $\varphi(\xi)$ choisie
typ. ξ gaussienne centrée réduite
→ P polynôme de Hermite

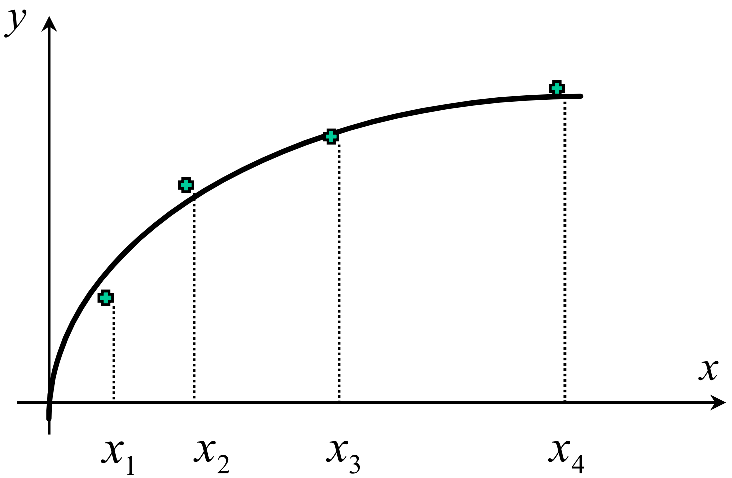
$$P_0(\xi) = 1$$
$$P_1(\xi) = \xi$$
$$P_2(\xi) = \left(\xi^2 - 1\right) / \sqrt{2}$$
$$P_3(\xi) = \left(\xi^3 - 3\xi\right) / \sqrt{6}$$
$$\ldots$$

Modèle et incertitudes

1. Équation d'observation

$$\boxed{y_i = f\left(x_i, \theta\right) + e_i}$$

ex : $f\left(x,\theta\right) = \dfrac{\theta_1 x}{\theta_2 x + 1}$



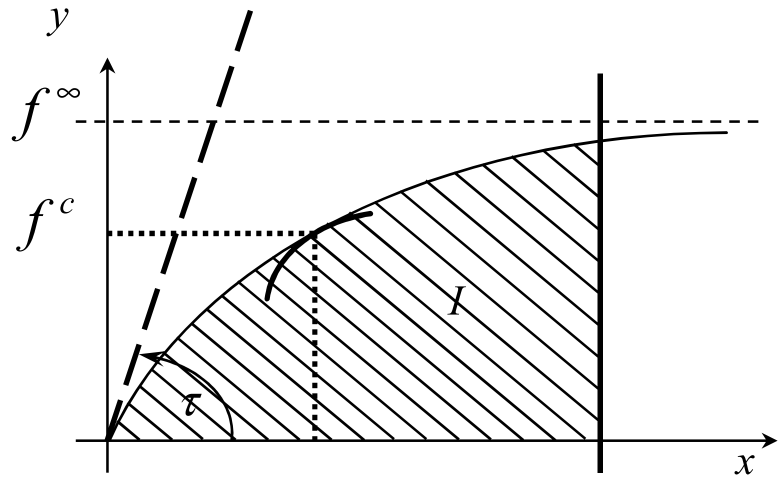
2. Équation de mesure

$$\boxed{m = \mathcal{G}\left(f\right)}$$

dérivation, intégration
extrapolation, interpolation ...

$$\boxed{m = g(\theta)}$$

ex : $m = f\left(\infty\right) = \dfrac{\theta_1}{\theta_2}$



Modèle et incertitudes

$$\boxed{\wp(\boldsymbol{e}) \xrightarrow{f,\xi} \wp(\boldsymbol{\theta}) \xrightarrow{g} \wp(m)}$$

Différentes approches

- Expression littérale

rq : $m = \theta_1 \theta_2$ $\qquad \wp(m) = \dfrac{e^{cm/(1-c^2)\sigma_1\sigma_2}}{\pi \sigma_1 \sigma_2 \sqrt{1-c^2}} \displaystyle\int_0^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2(1-c^2)}\left(\frac{m^2}{\sigma_1^2}\frac{1}{\theta_2^2}+\frac{\theta_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right]\frac{d\theta_2}{\theta_2}$

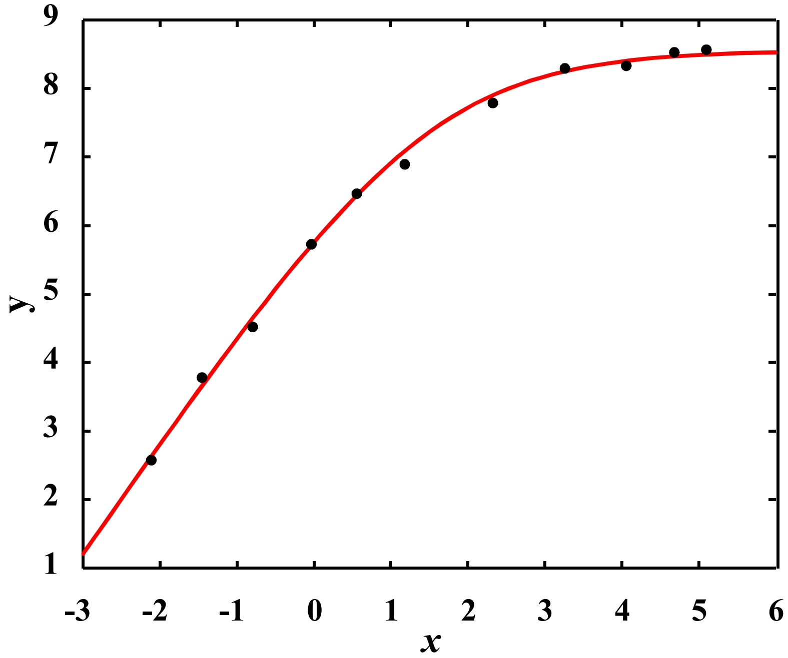
- Estimation des deux premiers moments [G.P.Y. Clarke]
  (biais, variance)
  (développement en série de Taylor)
- Estimation de la DDP $\wp(\boldsymbol{\theta})$ [A. Pazman]
  (géométrie différentielle)
- Approche Monte-Carlo (PMC, LHS, ...)

Approximation des deux premiers moments [Clarke]

biais $$\boldsymbol{b} = -\frac{\sigma^2}{2} K\left[\operatorname{tr} B^1 \quad \cdots \quad \operatorname{tr} B^p\right]^{\mathsf{T}} \qquad (DL3)$$

matrice de covariance $$V = \sigma^2 K\left(Id + \sigma^2\left(V_a + V_b + V_c\right)\right)K^{\mathsf{T}} \qquad (DL5)$$

$$f(x,\boldsymbol{\theta}) = \theta_4 - \theta_3 \log\left(1 + \exp\left(-\frac{\theta_1 x + \theta_2}{\theta_3}\right)\right)$$



référence : Monte-Carlo

L

$$\frac{V_{MC} - V_{Lin}}{V_{Lin}}\% = \begin{bmatrix} 16.2 & 27.4 & 17.1 & 14.5 \\ & 39.2 & 28.5 & 30.8 \\ & & 16.4 & 12.1 \\ & & & 5.1 \end{bmatrix}$$

NL

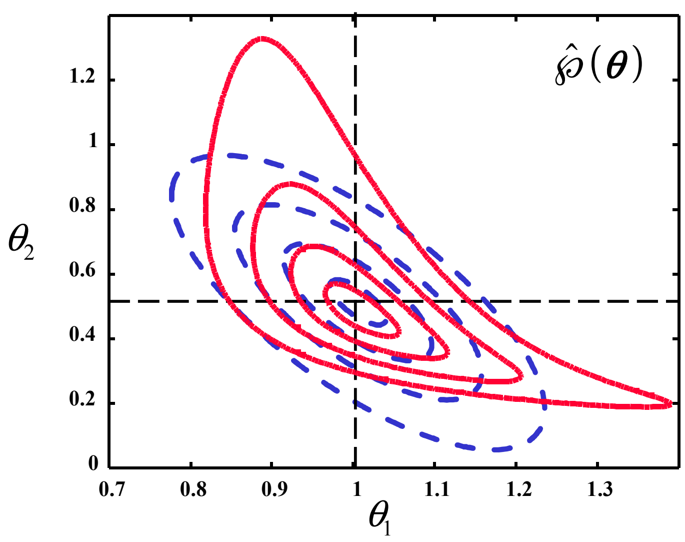
$$\frac{V_{MC} - V_{NonLin4}}{V_{NonLin4}}\% = \begin{bmatrix} 3.6 & 5.5 & 3.8 & 4.9 \\ & 8.2 & 5.9 & 7.2 \\ & & 4.0 & 3.7 \\ & & & 2.1 \end{bmatrix}$$

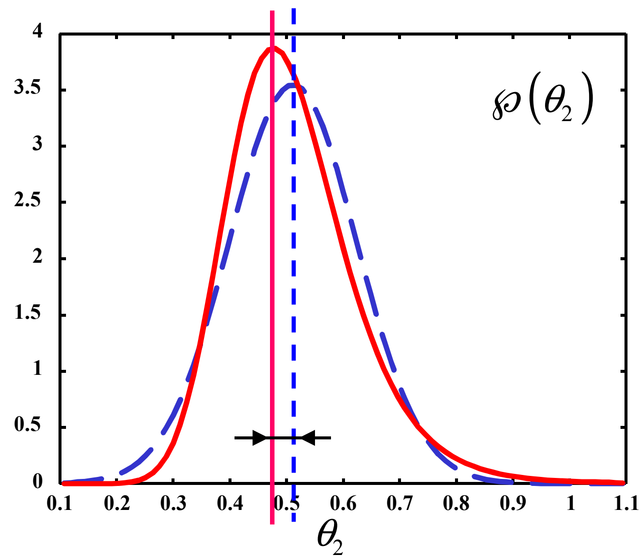
Géométrie différentielle [Pazman]

$$\hat{\wp}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\det Q(\boldsymbol{\theta})}{(2\pi)^{N/2} \det^{1/2} M(\boldsymbol{\theta})} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta}) - \boldsymbol{y}\right)^T P(\boldsymbol{\theta})^T P(\boldsymbol{\theta}) \left(f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta}) - \boldsymbol{y}\right) \right)$$

$$f(x,\boldsymbol{\theta}) = \theta_1\left(1 - \exp(-\theta_2 x)\right)$$

Marginalisation





Plan

- Modélisation des incertitudes
  - approches paramétriques
  - approches non paramétriques
- Choix d'un modèle de système
  - choix de la complexité d'un modèle
  - choix d'un modèle de comportement
  - choix de la paramétrisation d'un modèle
  - vers des méta-modèles
- Aides à la prise de décision
  - Estimation d'évènements rares
  - Optimisation d'un système complexe
- Exemples d'application

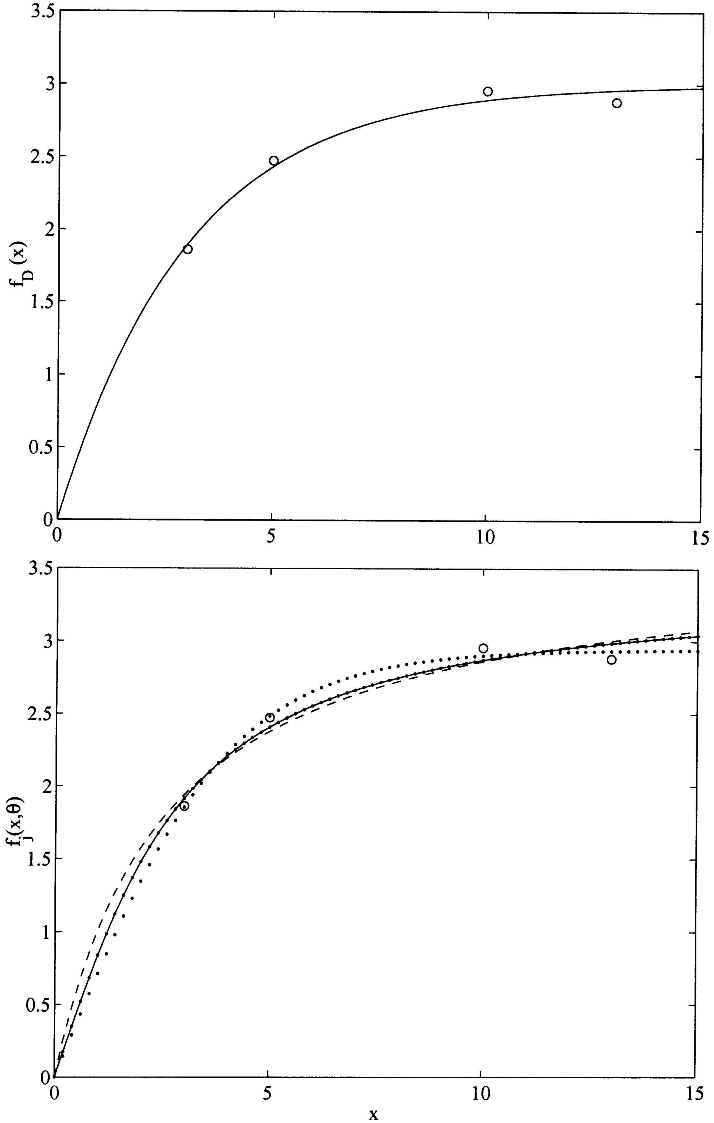
Choix de modèle

- *Choix de modèle emboîtés*
  - Nombreux critères dans la littérature (*choix de l'ordre*)
    . VC
    . AIC, MDL
    . BIC, MAP
    . KICc (optimalité non asymptotique) [Bekara]

- *Choix de modèles quelconques*
  - Critère de choix lié à un objectif donné
    . Critères de type moindres carrés
    . Distance entre densités de probabilité

Choix de modèle

Choix de structure de modèle



- « vrai » modèle (*inconnu*)

$$f_D(x) = \theta_1\left(1 - \exp\left(-\theta_2 x\right)\right)$$

- modèles candidats

$$f_1(x) = \frac{\theta_1 x}{\theta_2 x + 1}$$

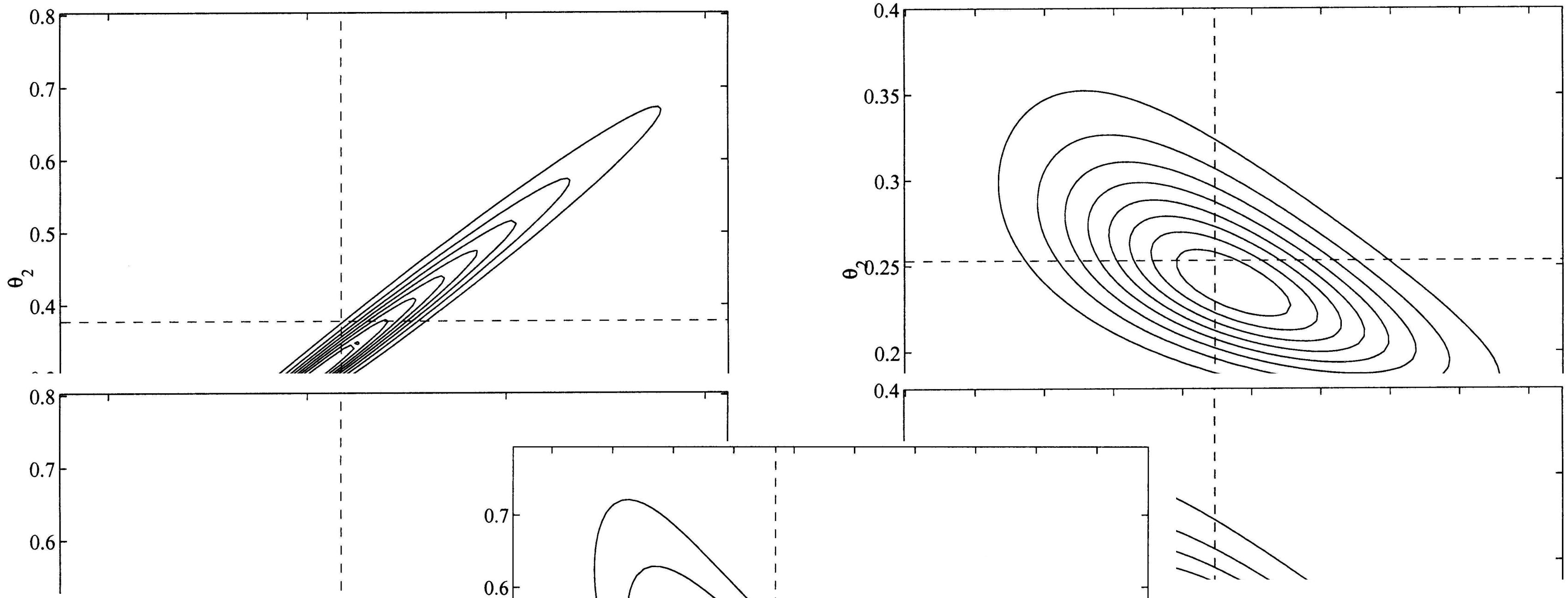
$$f_2(x) = \theta_1 \tanh\left(\theta_2 x\right)$$

$$f_3(x) = \theta_1 \arctan\left(\theta_2 x\right)$$

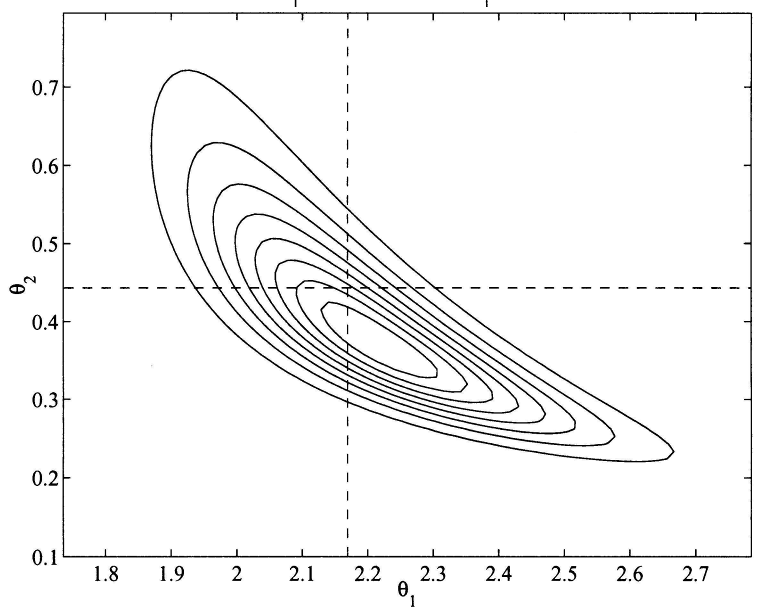
	f_1	f_2	f_3
MSE	1.60	3.60	0.68

Choix de modèle

- *Choix de structure de modèle*



ddp des paramètres (Pazman) : $\hat{\wp}_j\left(\hat{\theta}\right)$



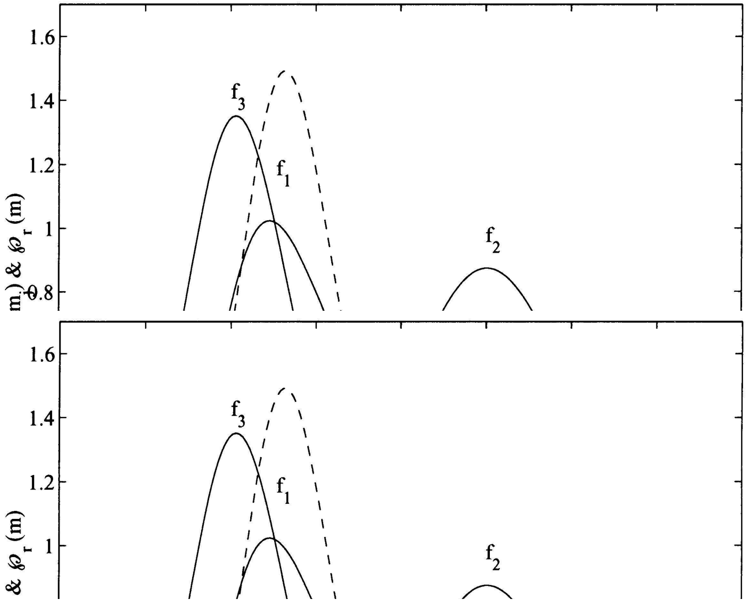
→ HPC

Choix de modèle

- *Choix de structure de modèle*

1) ddp de l'objectif $\hat{\wp}_j(m)$

2) distance entre ddps Δ_k



	f_1	f_2	f_3
Δ_1	0.317	1.233	0.688
Δ_2	0.514	1.473	0.888
Δ_3	0.095	1.377	0.258

	m_S	m_A	m_I
f_1	θ_1	θ_1/θ_2	$\theta_1/\theta_2^2\left(\theta_2 x_I - \log\left(1+\theta_2 x_I\right)\right)$
f_2	$\theta_1\theta_2$	θ_1	$\theta_1/\theta_2 \log\left(\cosh\left(\theta_2 x_I\right)\right)$
f_3	$\theta_1\theta_2$	$\theta_1\pi/2$	$\theta_1 x_I \arctan\left(\theta_2 x_I\right) - \theta_1/2\theta_2 \log\left(1+\theta_2^2 x_I^2\right)$
	1	3	2

Choix de modèles

Choix de la paramétrisation d'une structure

structure	$\dfrac{\bullet\, x}{\bullet\, x + \bullet}$	*Code de génération formelle de modèles*
structure paramétrée	$\dfrac{\theta_1 x}{\theta_2 x + 1}$	*Choix de la paramétrisation*
fonction	$\dfrac{3x}{4x + 1}$	*Procédure d'estimation / d'identification*

Pourquoi choisir $f_\theta(x) = \dfrac{\theta_1 x}{\theta_2 x + 1}$ plutôt que $f_\varphi(x) = \dfrac{x}{\varphi_1 x + \varphi_2}$?

Choix de modèles

Pour optimiser la phase d'identification des paramètres !

reparamétrisation : $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{t}(\boldsymbol{\varphi})$

- *Influence sur la mesure*

  - $\boldsymbol{t}$ homéomorphisme
  - m dépend d'un θ_i

$$\wp(m_\theta) = \wp(m_\varphi)$$

"Optimal Nonlinear Modeling and Reparameterization", *IEEE WISP*, 1999.

- *Comment optimiser la reparamétrisation*

  - critère d'optimalité ?
  - $\boldsymbol{\theta} \xleftrightarrow{?} \boldsymbol{\varphi}$

Choix de modèles

Critère

critère de non-linéarité N_θ

sources de non-linéarités :
- le lieu des solutions
- le maillage de ce lieu

$$\operatorname{var}(\hat{\theta}) = \sigma^2 K\left(Id + \sigma^2\left(\underbrace{V_a}_{\text{non-linéarité intrinsèque}} + \underbrace{V_b + V_c}_{\text{paramétrisation}}\right)\right)K^T$$

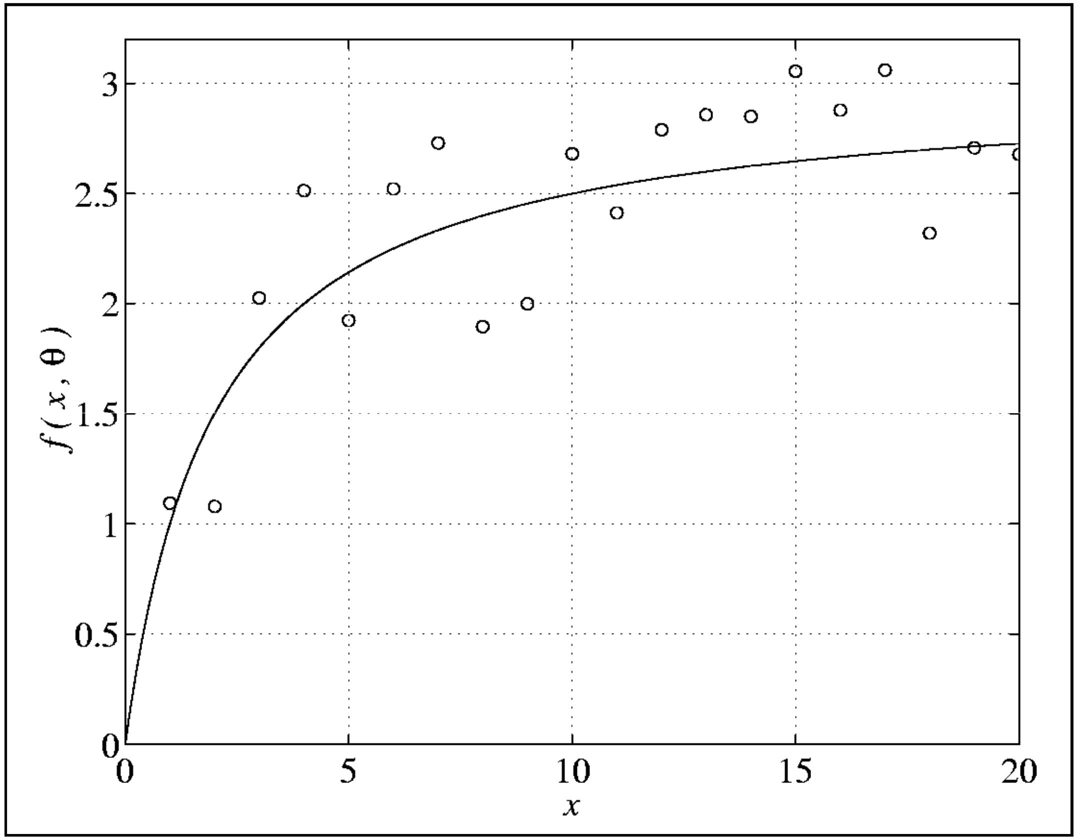
non-linéarité intrinsèque ← V_a ; $V_b + V_c$ → *paramétrisation*

$\theta \overset{?}{\longleftrightarrow} \varphi$

- linéaire $\quad \varphi = T\theta \quad$ ⇒ inutile
- optimale $\quad \left\{\varphi_i = f\left(\pi_i, \theta\right)\right\}_{i\in[1,p]} \quad$ ⇒ complexe
- quadratique $\quad \theta = AS\ \mathrm{diag}\left[\Phi^2\right] \quad$ ⇒ compromis

"Optimal Modeling by the Use of Reparameterization", *SPIE,* 1999.

- *Exemple*

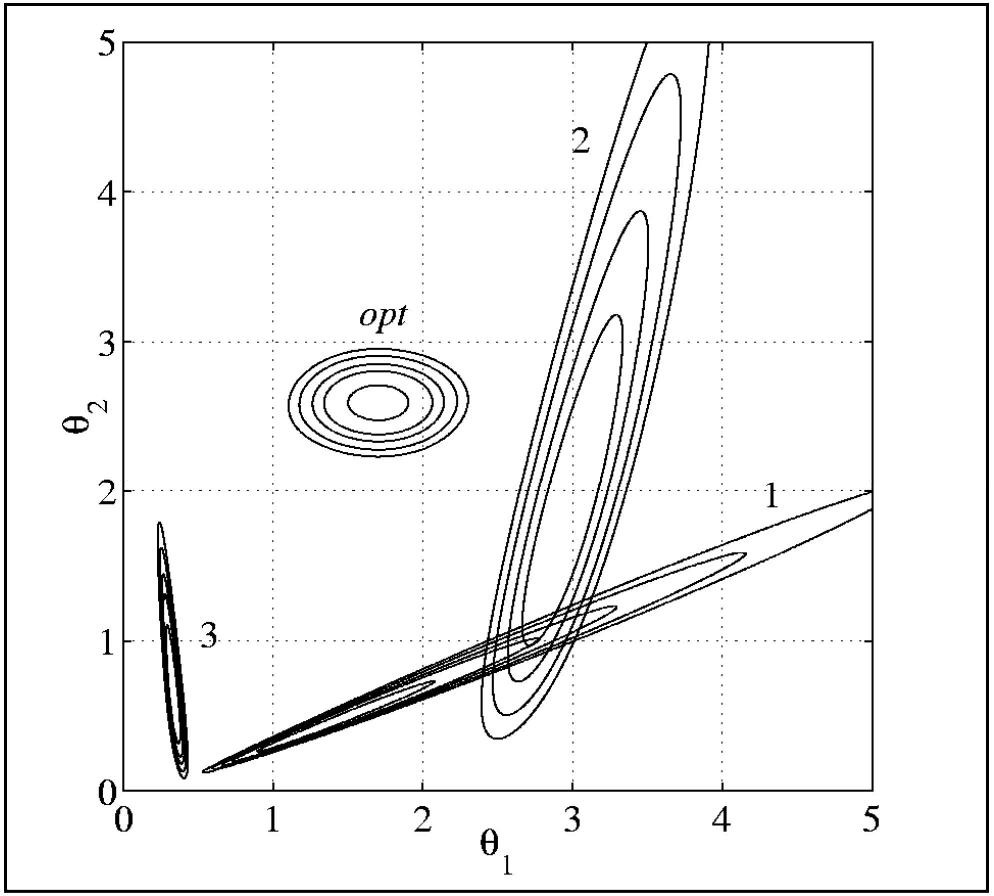


$$f(x,\boldsymbol{\theta}) = \frac{\theta_1 x}{\theta_2 x + 1}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}_0 = \begin{bmatrix} 3/2 & 1/2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 20 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\sigma}^2 = 0.1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad f_\varphi(x) = \frac{(\pi_1 - \pi_2)\varphi_1\varphi_2 \cdot x}{(\pi_1\varphi_2 - \pi_2\varphi_1)\cdot x + \pi_1\pi_2(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Choix de modèles



densités de probabilité

structures	N_θ	$\lvert\rho\rvert$	$\overline{n}_{it}$	σ_{max}
$\theta_1 x/(\theta_2 x+1)$	4.304	0.997	16.2	X
$\theta_1 x/(x+\theta_2)$	1.408	0.969	13.9	6.426
$x/(\theta_1 x+\theta_2)$	0.797	0.808	12.0	0.634
quadratique	0.263	0.203	11.6	0.512
optimale	0.201	0.078	10.6	0.415

optimisation :

- *décorrélation*
- *temps de calcul*
- *robustesse numérique*

Littérature

- Méthodes paramétriques ou non-paramétriques
- Deux points de vue équivalents :

❑ Régression à noyau reproduisant

- 1960 : splines, (**Schoenberg 1964, Duchon 1976–1979**)
- 1980 : RBF, (**Micchelli 1986, Powel 1987**)
- 1995 : SVM, (**Vapnik 1995**)
- 1997 : SVR, (**Smola 1997**)
- 1999 : SVR semi-paramétrique (**Smola 1999**)

❑ prédiction linéaire – Krigeage

- 1950 : prédiction pour la recherche minière (**Krige 1951**)
- 1960 : krigeage, géostatistique (**Matheron 1963**) – École des Mines
- 1970 : krigeage intrinsèque (**Matheron 1971**)
- 1997 : prédiction par « processus gaussiens », (**Williams 1997, Neal 1997**)

Choix de modèle

- *Krigeage* [Vazquez]

$$y_i = f(x_i, \theta) + e_i$$

$$y_i = f(x_i, \theta) + e_i + \omega(x_i)$$

erreur de modélisation

→ processus gaussien

- moyenne nulle
- covariance $k(x_i, x_j) = E\{\omega(x_i)\omega(x_j)\}$

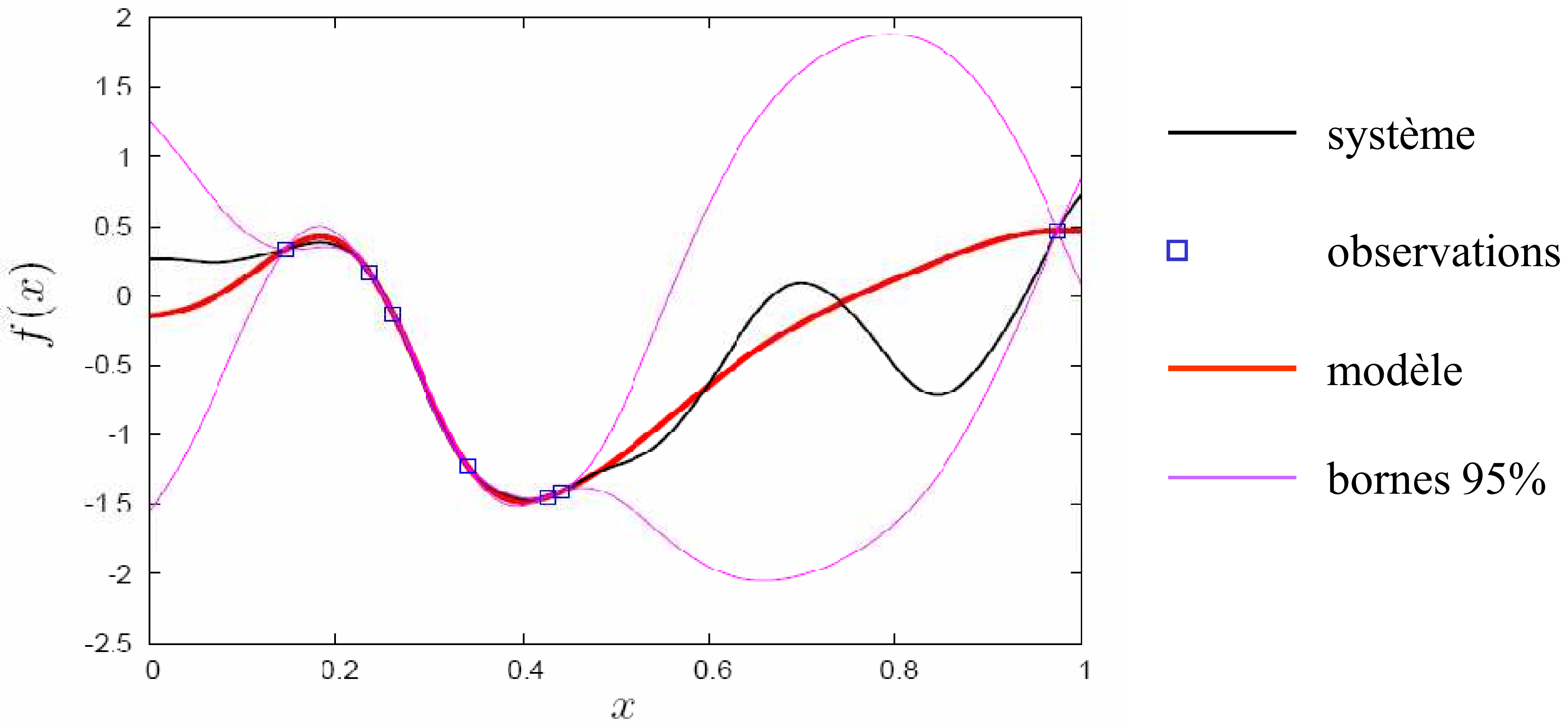
→ modèle : structure de la covariance

$$k(x_i, x_j) = k(x_i - x_j) = k(h)$$

ex. $k(h) = \exp(-h^2/\rho^2)$ …

Choix de modèle

- *Exemple*

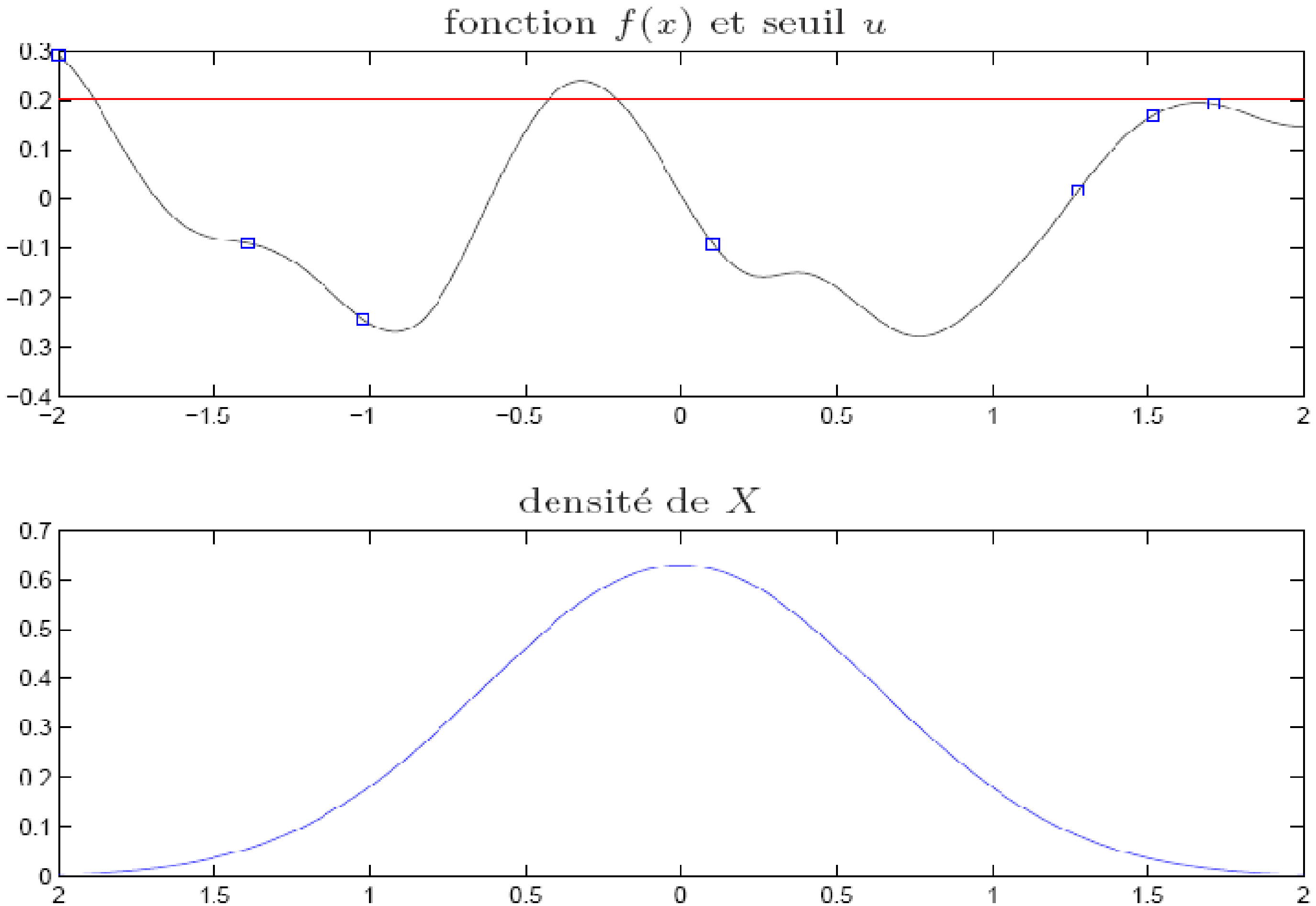


Supélec

Plan

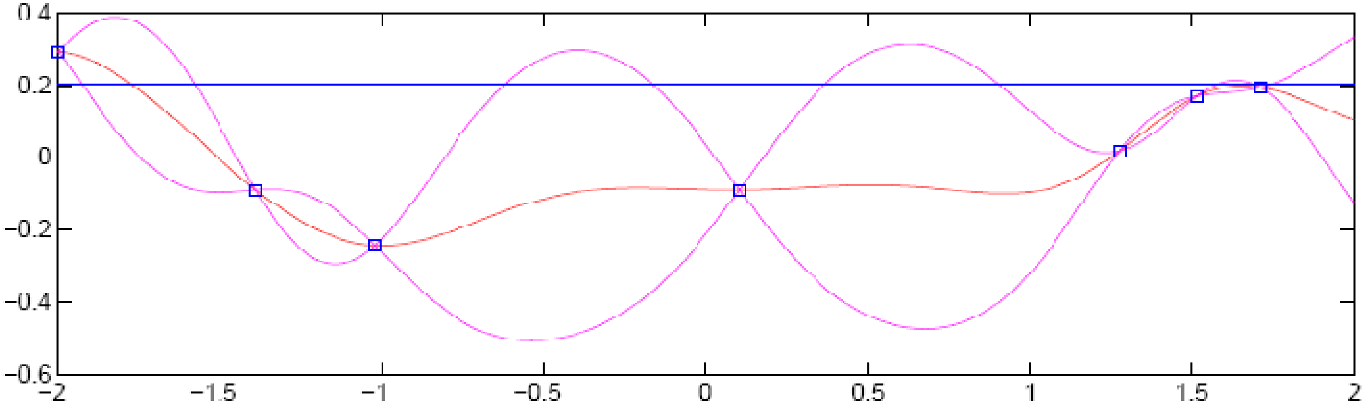
- Modélisation des incertitudes
  - approches paramétriques
  - approches non paramétriques
- Choix d'un modèle de système
  - choix de la complexité d'un modèle
  - choix d'un modèle de comportement
  - choix de la paramétrisation d'un modèle
  - vers des méta-modèles
- Aides à la prise de décision
  - Estimation d'évènements rares
  - Optimisation d'un système complexe
- Exemples d'application

Prise de décision

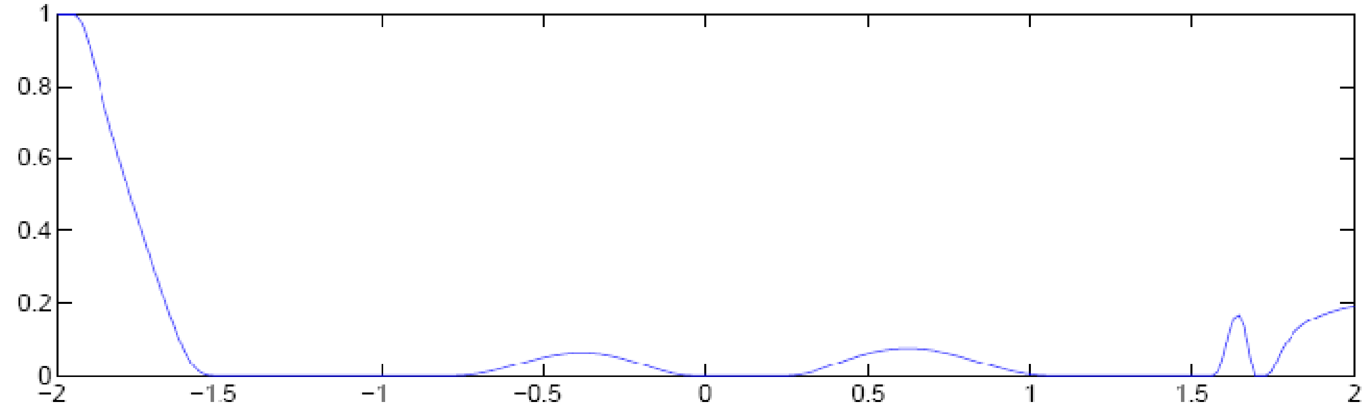


Prise de décision

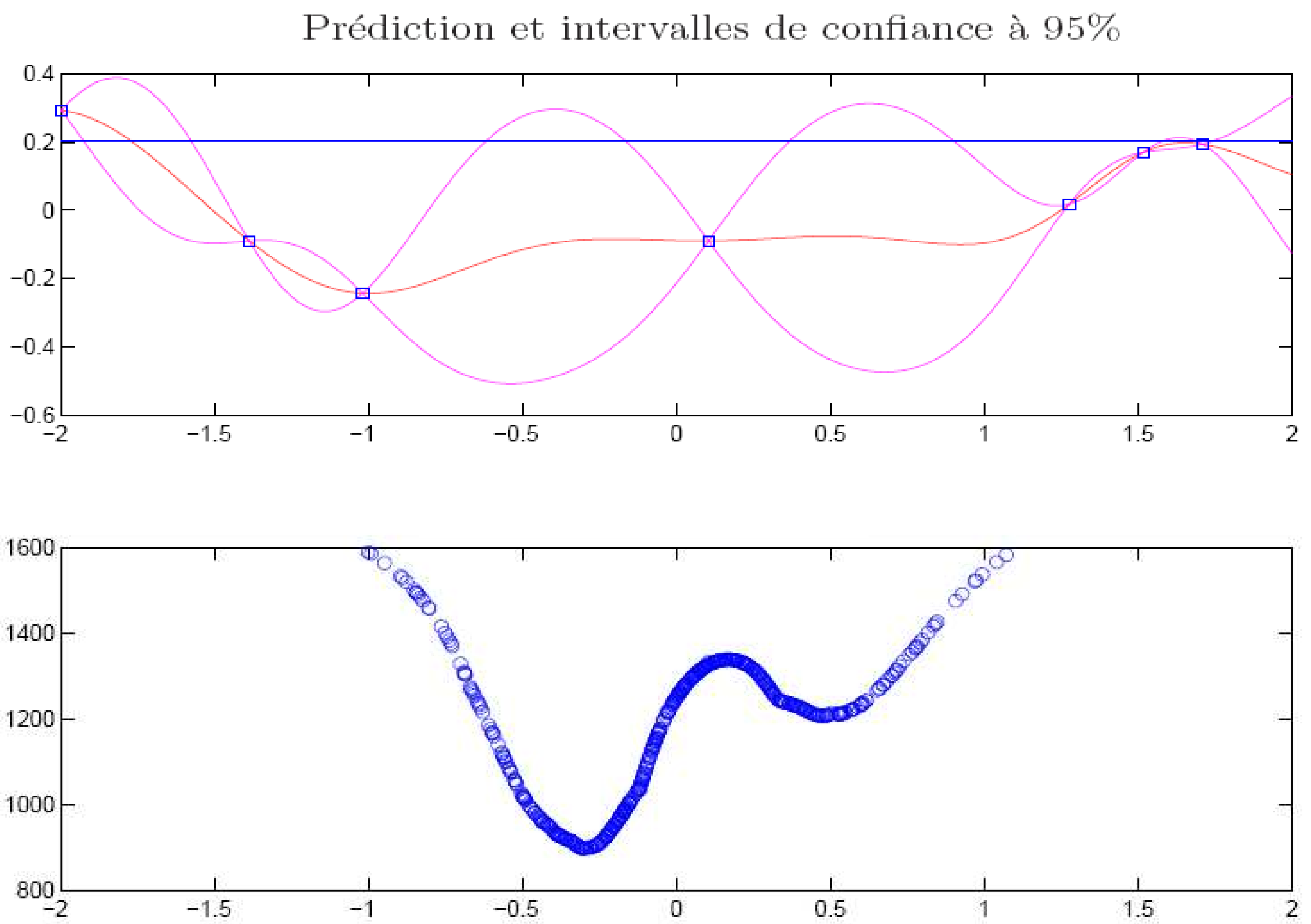
Prédiction et intervalles de confiance à 95%



Probabilité de dépassement de seuil

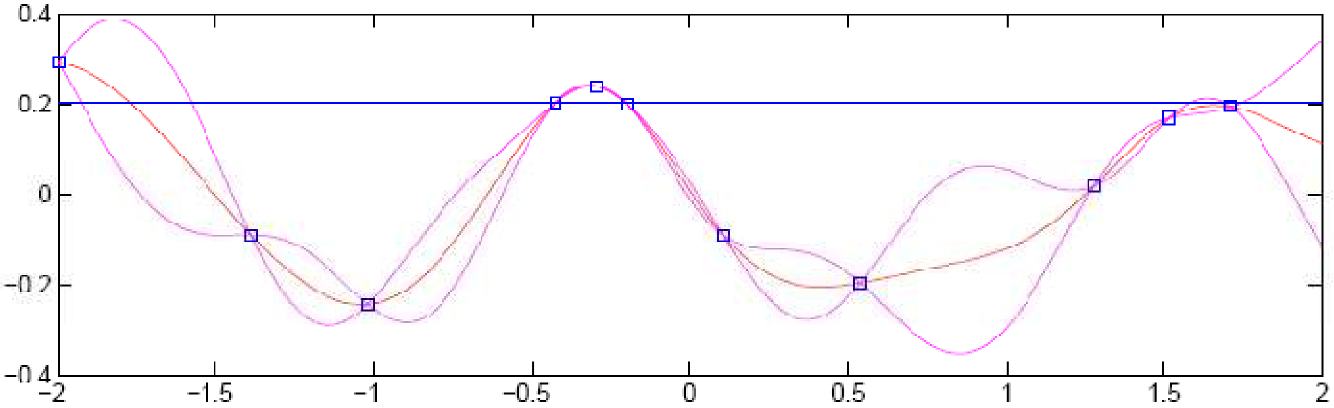


Prise de décision

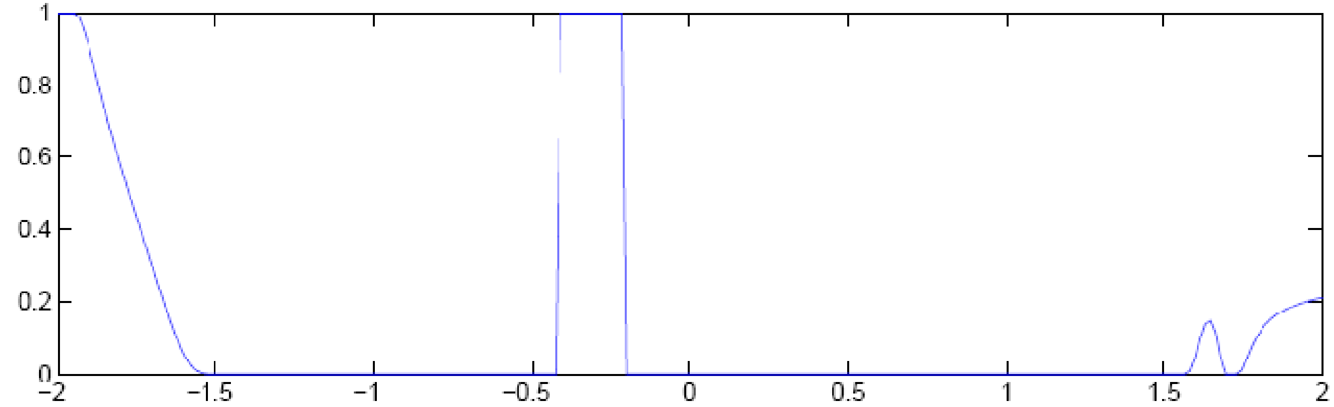


Prise de décision

Prédiction et intervalles de confiance à 95%

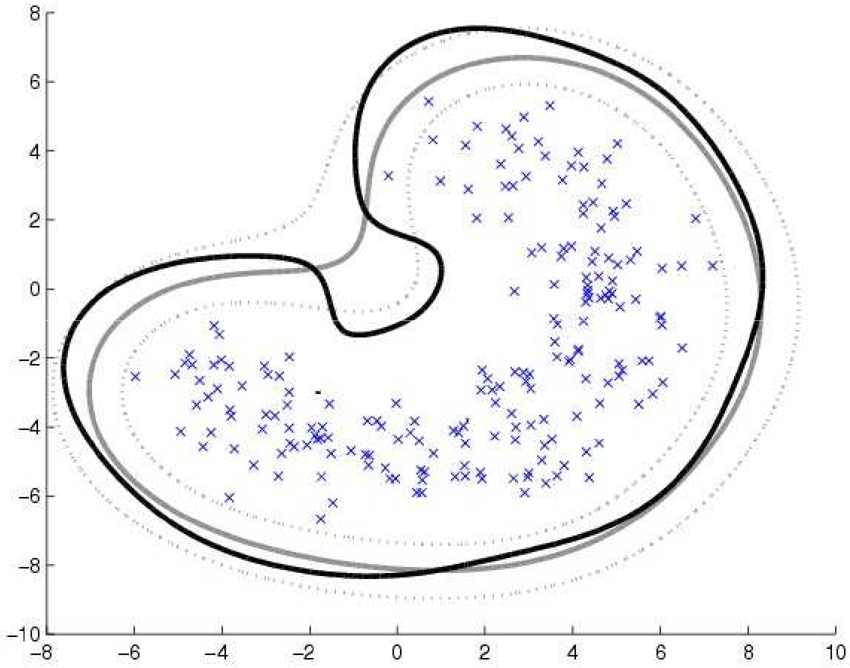


Probabilité de dépassement de seuil

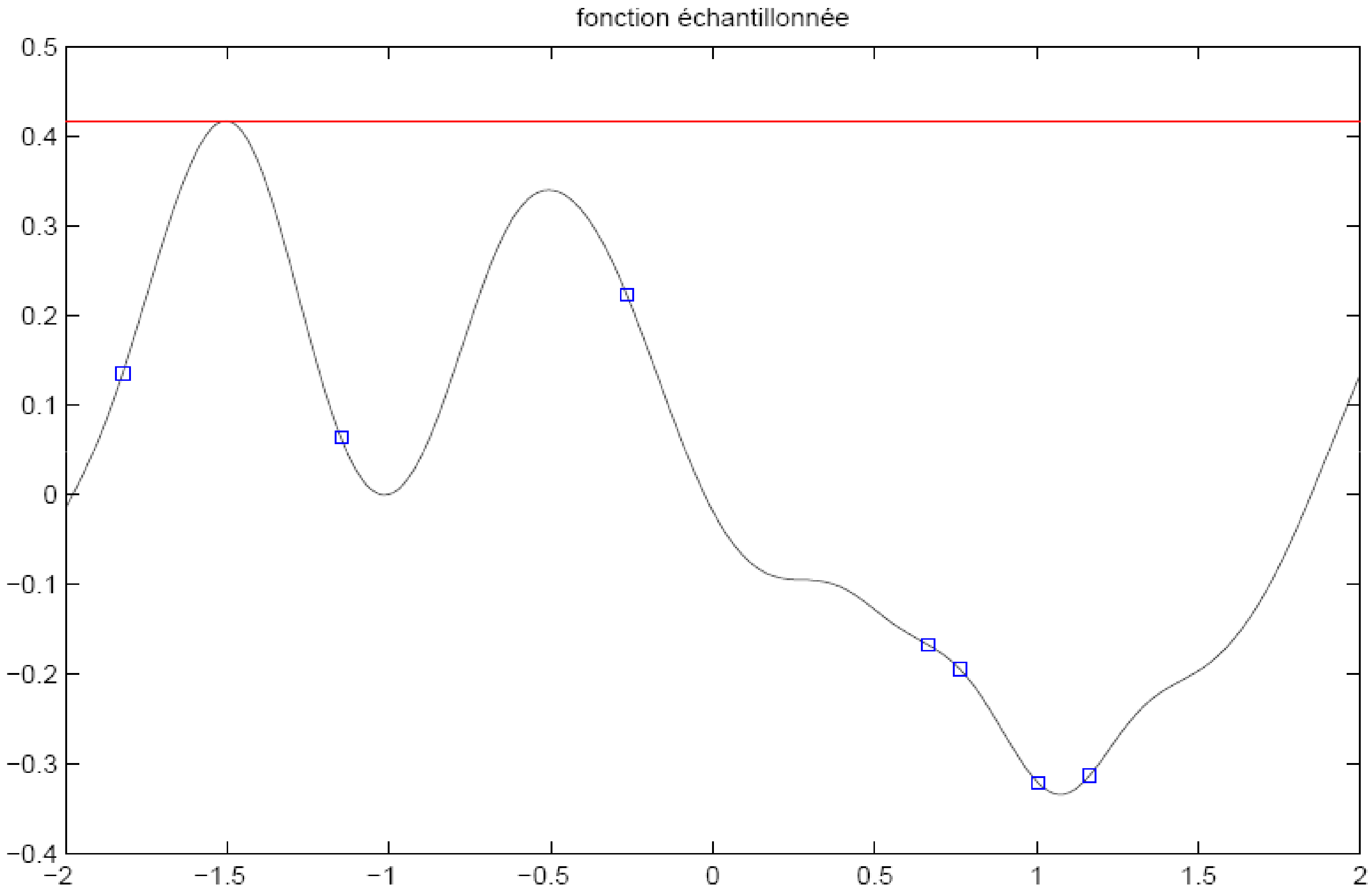


Prise de décision

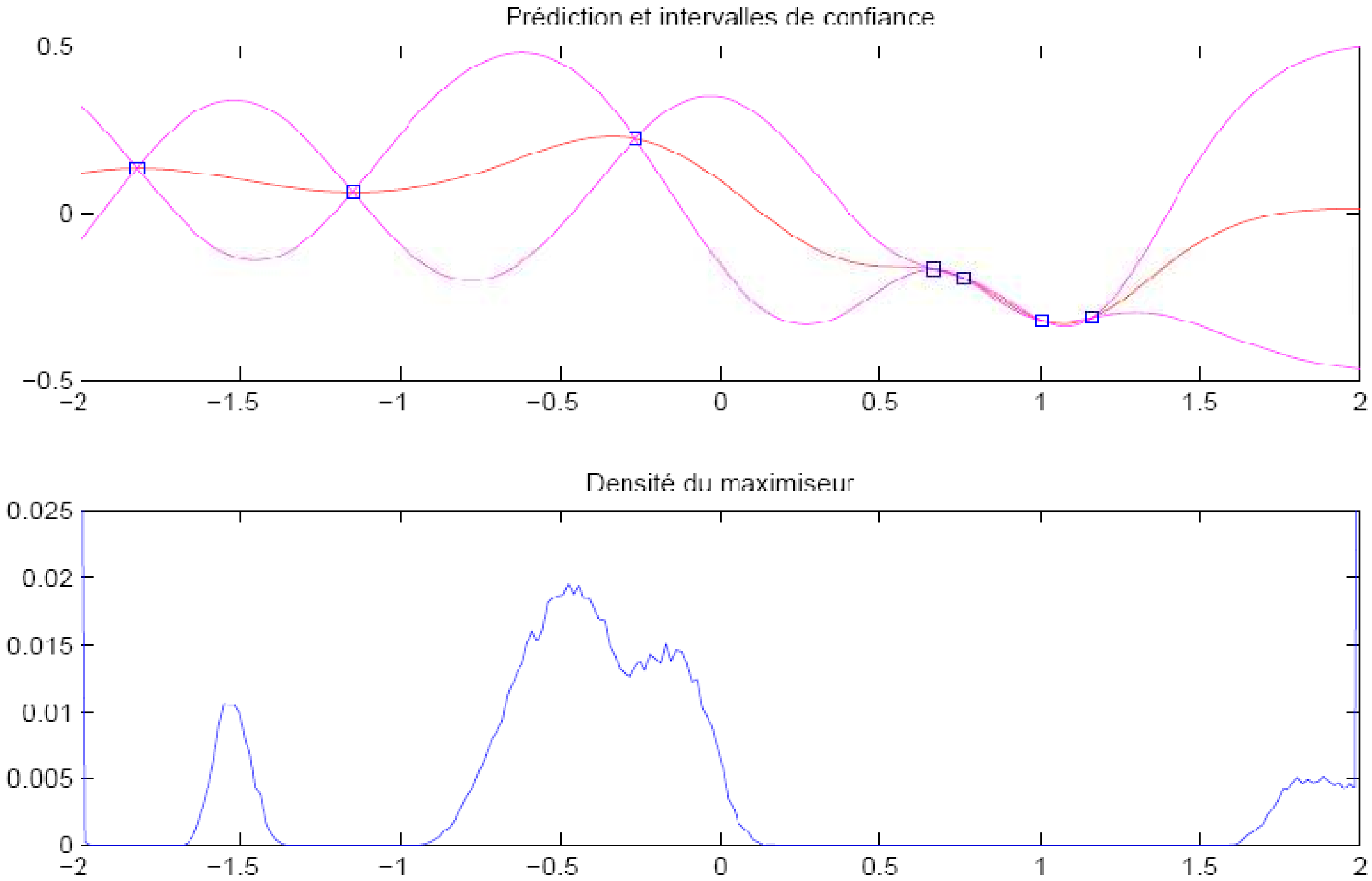
*Estimation d'un quantile à 99.9%
à partir de 200 données par classification
SVM et utilisation de la théorie statistique
des valeurs extrêmes*



Détermination de quantiles multidimensionnels extrêmes et détection d'*outliers*
[M. Piera-Martinez et E. Vazquez (2006)]

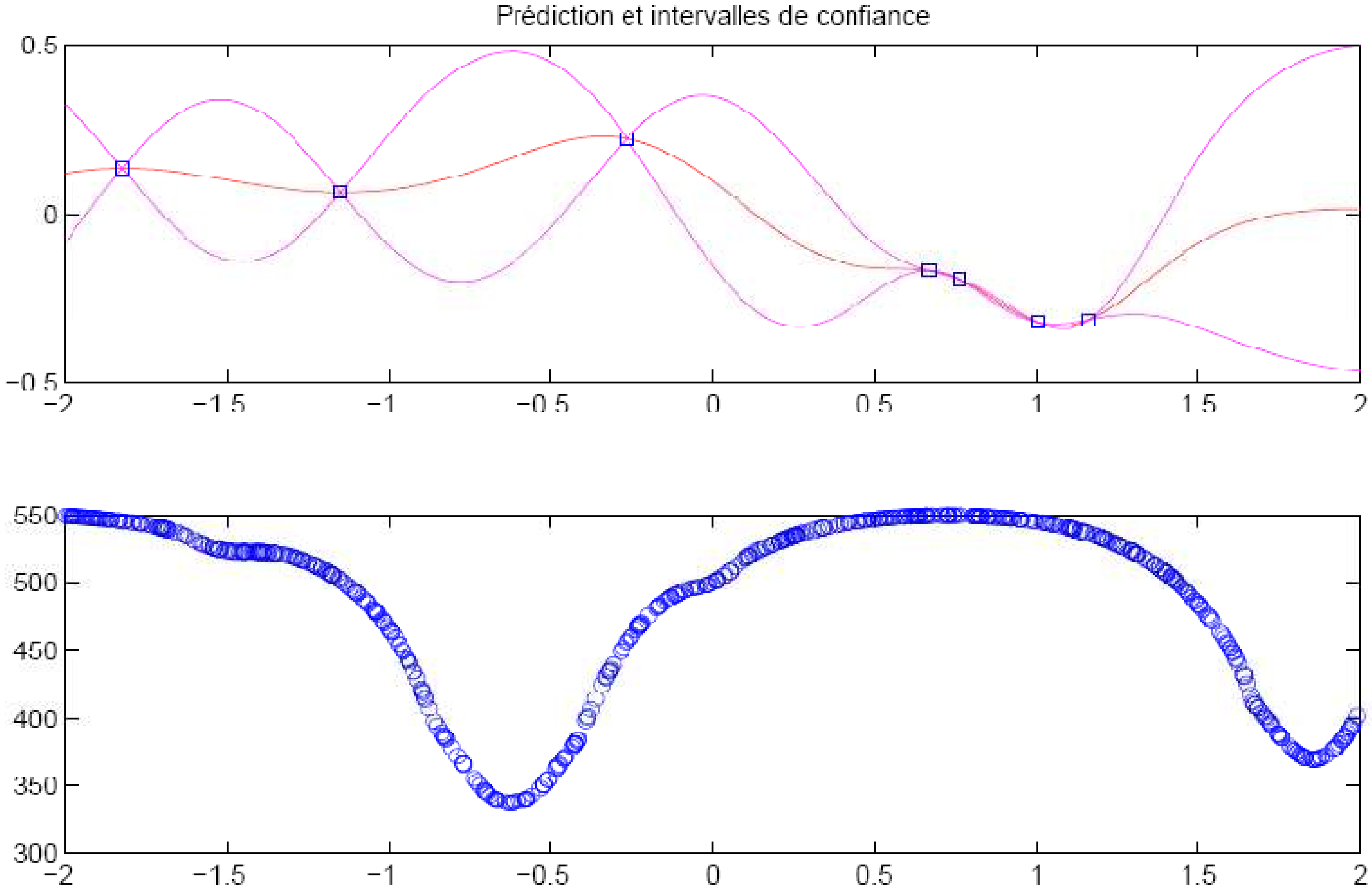

fonction échantillonnée
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
−0.1
−0.2
−0.3
−0.4
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2

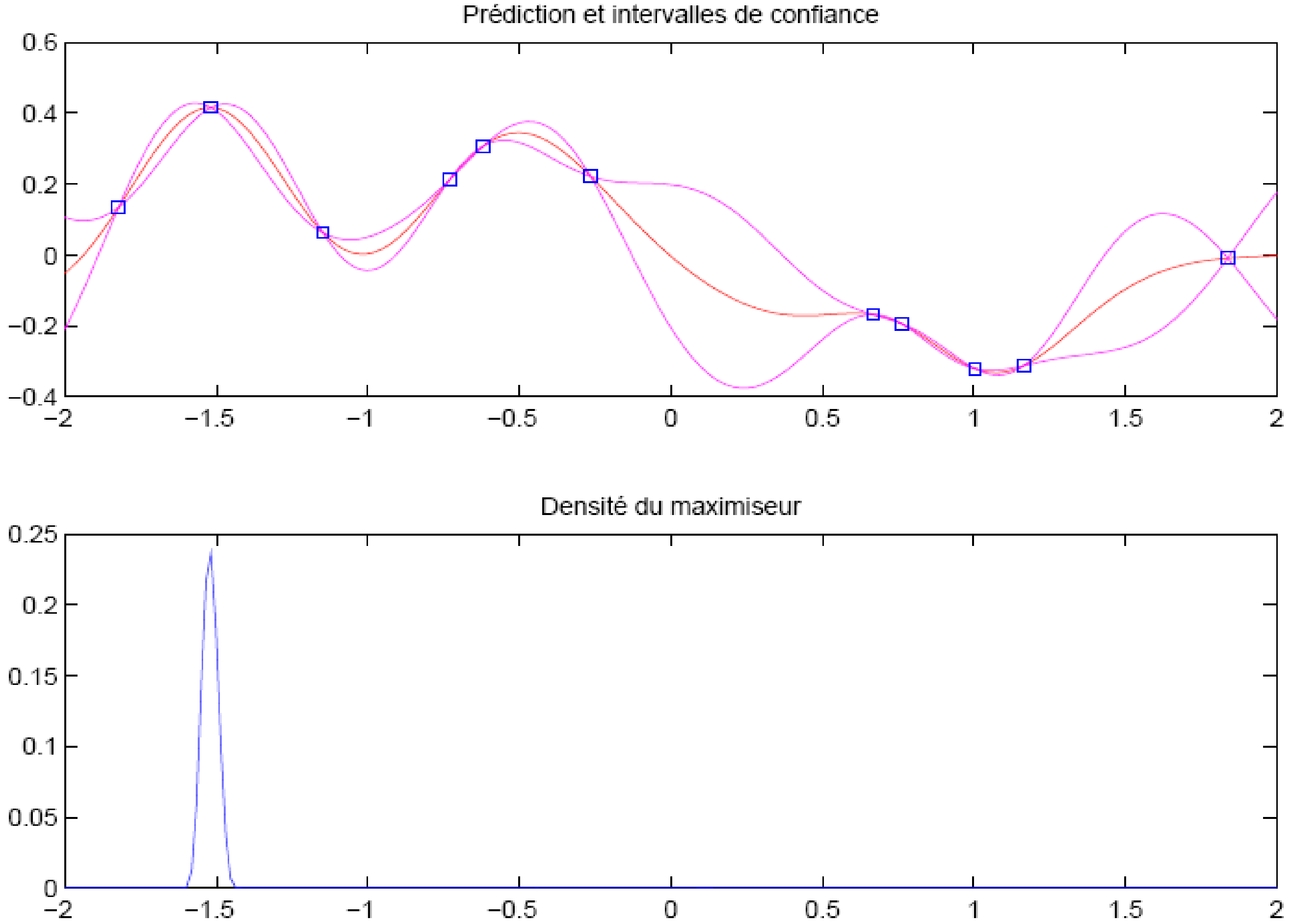
Prise de décision



OPTIMISATION D'UN SYSTÈME COMPLEXE

Prise de décision



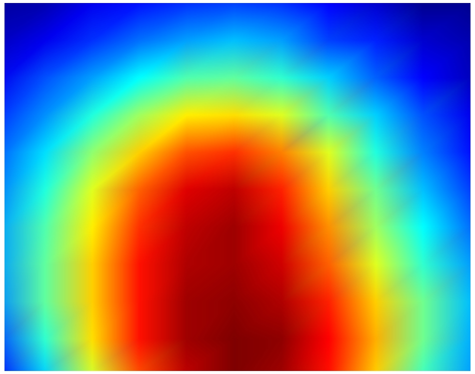


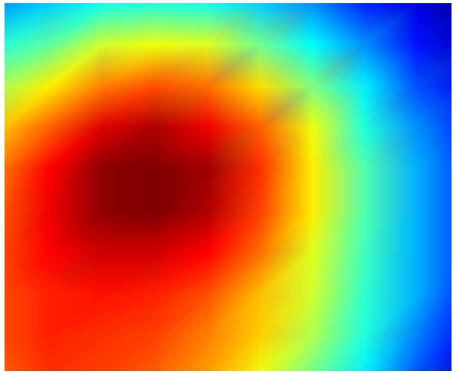
Informational Approach to Global Optimization **IAGO**
[J. Villemonteix et E. Vazquez (2007)]

Plan

- Modélisation des incertitudes
  - approches paramétriques
  - approches non paramétriques
- Propagation des incertitudes
  - par approximations
  - par simulations
- Choix d'un modèle de système
  - choix d'un modèle de comportement
  - vers des méta-modèles
- Aides à la prise de décision
  - Estimation d'évènements rares
  - Optimisation d'un système complexe
- Exemples d'application

Estimation de SAR (GSM)





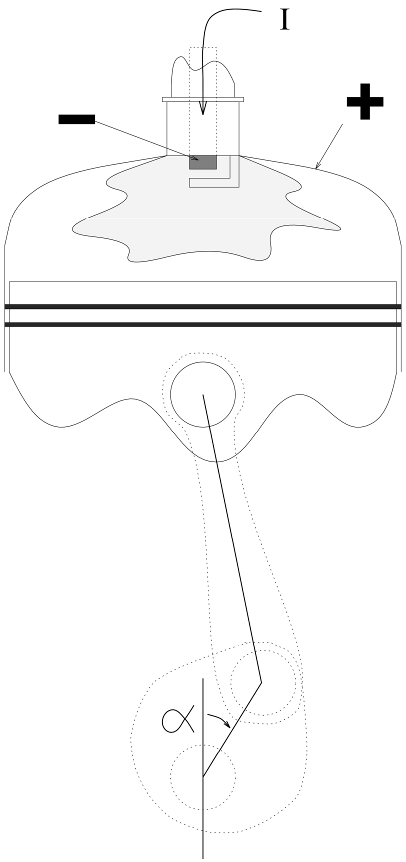
Données :
- champ électromagnétique mesuré
(norme : 3D, **600 points**)
- 70 portables testés

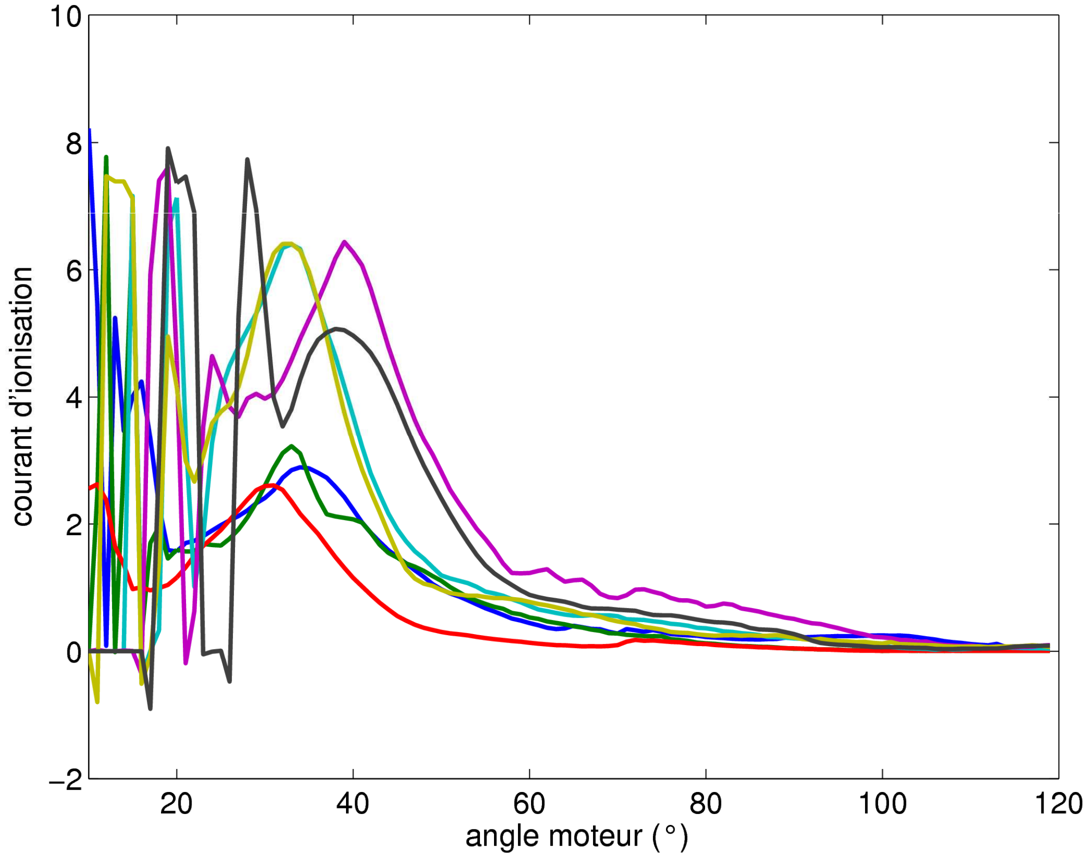
Méthodes :
- réseaux de neurones
- modélisation paramétrique (11 ddl) → **20 points**

Conclusion :
estimation du SAR avec une très bonne précision

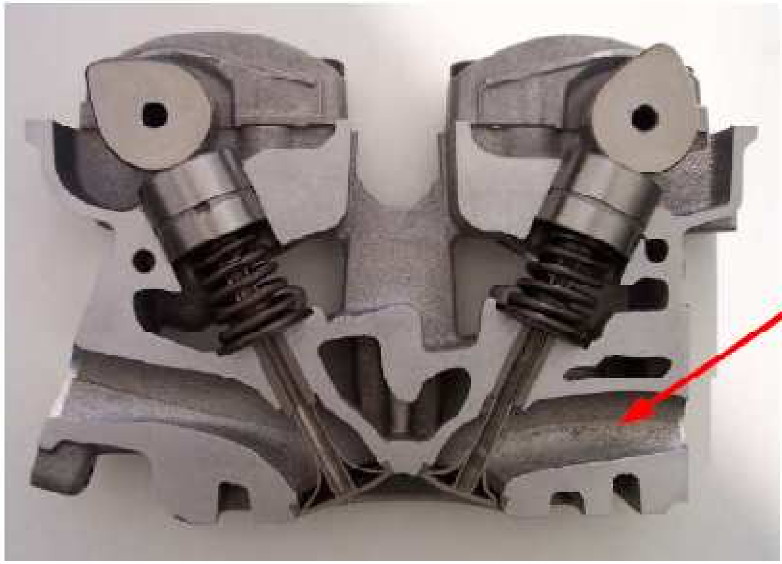
Estimation de l'angle vilebrequin (P_{max})

Problématiques de détection / estimation / classification / inversion
Estimation d'une grandeur d'intérêt *y* inaccessible directement
On dispose cependant de grandeurs ***x*** contenant de l'information sur *y*





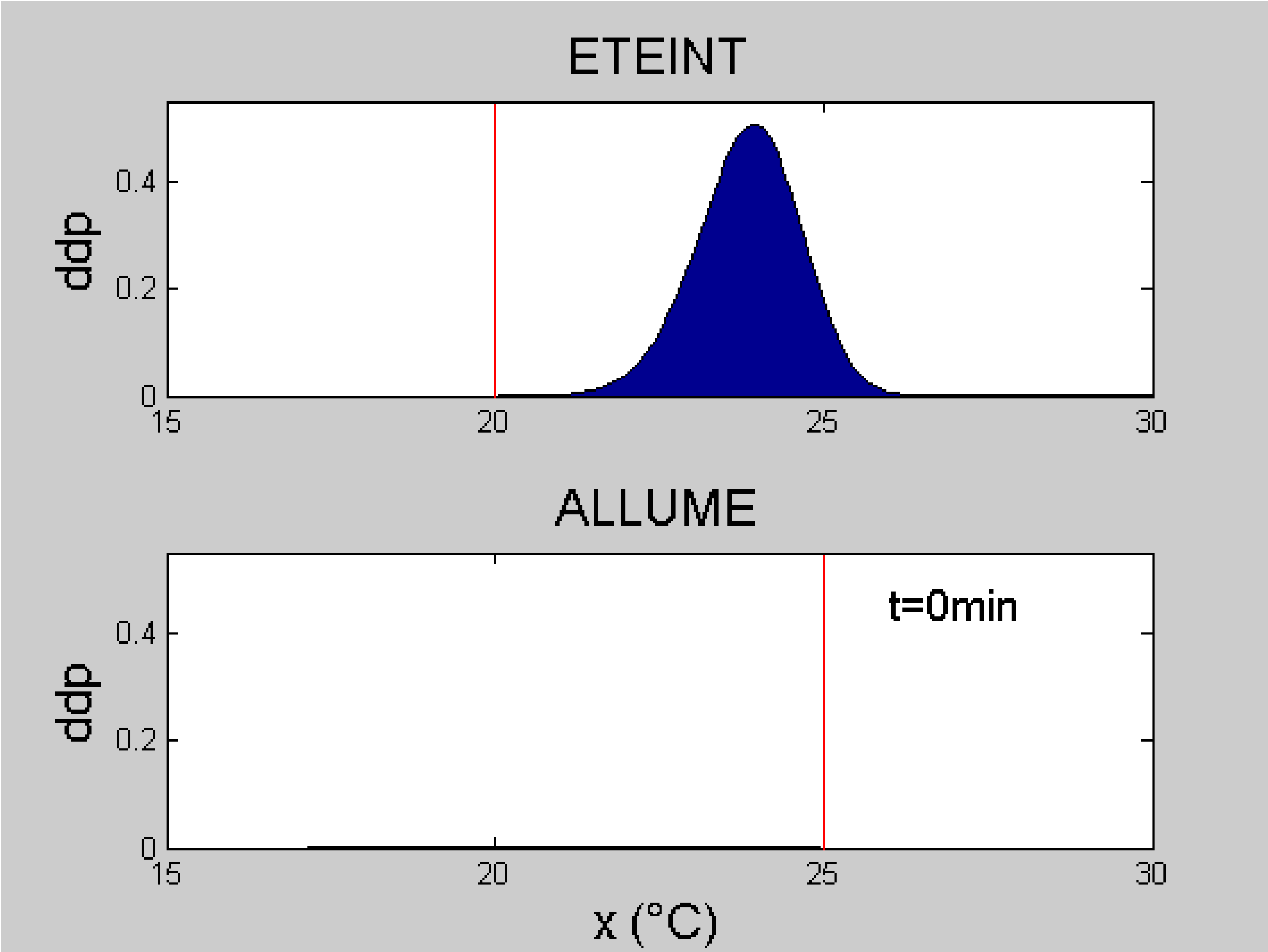
Optimisation d'un conduit d'admission



conduit d'admission

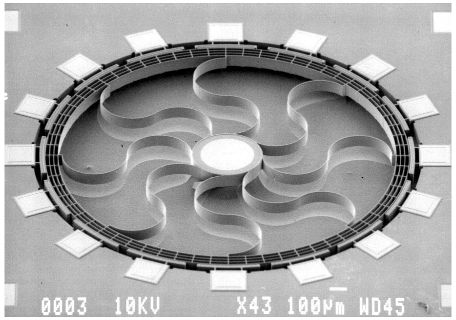
- Forme du conduit paramétrée (5 à 20 facteurs)
- Importance de la forme du conduit :
  - impact sur la performance moteur (débit d'air)
  - impact sur les émissions polluantes (turbulences)
- 1 simulation = 5 à 24 heures de calcul

- *Systèmes hybrides stochastiques (thermostat)*



Conclusion

- L'aléatoire est assez incontournable du fait
  - de la *méconnaissance*
  - de *perturbations* de l'environnement
  - de la *miniaturisation* des composants
  - de la *complexité* croissante des systèmes



- L'aléatoire est un modèle qui permet
  - d'éviter la *surparamétrisation*
  - d'éviter de surestimer des *marges de sécurité*
  - de quantifier la *robustesse* de systèmes

- De nombreux travaux en cours
  - recherche
  - applications
  - regroupement de partenaires… (MASCOTNUM, ISRI, CSDL, …)

Supélec

MERCI

… questions